UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA
Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Fisica

STUDIO E OTTIMIZZAZIONE DELLA RISOLUZIONE ANGOLARE DEL TELESCOPIO SPAZIALE PER ASTRONOMIA GAMMA AGILE

Relatore :

Prof. Giovanni F. BIGNAMI

Correlatori :

Dott. Sandro MEREGHETTI

Dott. Marco RONCADELLI

Tesi di laurea di
Andrea GIULIANI

Anno Accademico 1999–2000

Indice

1 L'astronomia gamma **1**

1.1 Le missioni precedenti 2

1.1.1 SAS-2 e COS-B 3

1.1.2 Il Compton Gamma-Ray Observatory 4

1.2 Il cielo visto da EGRET 6

1.2.1 I Nuclei Galattici Attivi 6

1.2.2 Le Pulsar 7

1.2.3 Le sorgenti non identificate 10

1.2.4 I Gamma Ray Burst 10

1.2.5 L'emissione diffusa 12

2 La missione spaziale AGILE **15**

2.1 La strumentazione scientifica 16

2.1.1 Il minicalorimetro 17

2.1.2 Super-AGILE 18

2.2 Le prestazioni 18

2.3 Gli obiettivi 24

3 La rivelazione di fotoni gamma in AGILE 29

3.1 Il tracciatore 30

3.1.1 Le microstrip 32

3.2 La materializzazione dei fotoni 34

3.2.1 La sezione d'urto 34

3.2.2 L'angolo di apertura 36

3.3 Il moto degli elettroni nel tracciatore 39

3.3.1 Perdita di energia degli elettroni 40

3.3.2 Lo scattering degli elettroni 43

4 Ricostruzione di tracce e il Kalman Filter 47

4.1 La ricostruzione di eventi in AGILE 47

4.1.1 Risoluzione angolare ed efficienza di ricostruzione 50

4.2 Il Kalman Filter 52

4.2.1 Il calcolo 54

4.2.2 Un esempio 56

4.2.3 La qualità del Fit 58

4.3 La ricostruzione degli eventi con il Kalman filter 59

4.4 Applicazione su dati Montecarlo 61

4.4.1 Confronto con il metodo "a due piani" 62

4.4.2 PSF ed Efficienza 65

4.4.3 Dipendenza dall'energia 67

5 Implementazione del Kalman Filter **71**

5.1 Ricostruzione dell'energia 71

5.1.1 Misura dell'energia unita al Kalman filter 73

5.2 Ricostruzione tridimensionale delle tracce 74

5.2.1 Bisettrice pesata 74

5.2.2 La selezione degli eventi 76

5.3 PSF ed efficienza 78

5.4 Risoluzione energetica 81

6 Errori nella misura della bisettrice **85**

6.1 Metodo di analisi 86

6.2 Metodo delle proiezioni 89

6.3 Ambiguità nell'associazione di tracce 91

6.4 Effetto della discretizzazione degli strumenti 96

6.5 Conclusioni 98

Sommario

L'astronomia gamma, pur sviluppatasi solo negli ultimi decenni, ha assunto attualmente una grande rilevanza nella comprensione di molti fenomeni astrofisici. L'osservazione del cielo nelle frequenze della radiazione gamma infatti, permette di studiare alcune delle sorgenti più energetiche presenti nell'universo, come, per esempio, i Nuclei Galattici Attivi e i Gamma Ray Burst.
Per tali ragioni l'Agenzia Spaziale Italiana ha deciso di realizzare AGILE, un telescopio spaziale che osserverà l'emissione gamma nell'intervallo energetico compreso tra i 30 MeV e i 50 GeV. Il lancio della missione AGILE è previsto per il 2003. Nessun altro satellite opererà nel medesimo intervallo di energie nei tre anni previsti di durata della missione AGILE. Basato su una tecnologia più avanzata dei precedenti strumenti, AGILE avrà una risoluzione angolare notevolmente migliore e un ampio campo di vista, oltre 3 sr. La rivelazione di fotoni gamma in AGILE sfrutterà il processo di creazione di coppie. Lo studio delle coppie e^+e^-, che si formeranno nel tracciatore di AGILE, permetterà ricavare la direzione e l'energia dei fotoni incidenti.
Il tracciatore di AGILE si basa sulla moderna tecnologia dei rivelatori a microstrip al silicio. Questo consente di rivelare la traccia degli elettroni con maggiore precisione rispetto alle camere a scintille usate nei telescopi gamma precedenti. Le tecniche di analisi e ricostruzione degli eventi usate in passato sarebbero, per questa ragione, inadeguate a sfruttare le potenzialità dello strumento.
In questa tesi siamo occupati della ricerca e dell'ottimizzazione di metodi di ricostruzione di tracce più raffinati. In particolare viene introdotto e implemen-

tato un metodo basato sulla tecnica matematica chiamata Kalman Filter. Tale metodo, applicato a dati provenienti da simulazioni Monte Carlo, ha mostrato buone prestazioni sia in termini di risoluzione angolare che di efficienza.
Saranno infine analizzate alcune cause d'errore che possono intervenire nella misura della direzione dei fotoni in telescopi gamma.

Capitolo 1

L'astronomia gamma

L'astronomia per secoli è stata fatta solo tramite osservazioni nella banda ottica, solo nel secolo scorso l'osservazione del cielo si è allargata a tutte le frequenze dello spettro elettromagnetico, grazie soprattutto allo sviluppo tecnologico e alla possibilità di portare strumenti al di fuori dell'atmosfera terrestre. Questo ha fornito una grandissima quantità di informazioni che si sono aggiunte alla conoscenza che si aveva dell'universo. L'universo infatti ci appare diverso a seconda della lunghezza d'onda che utilizziamo. Lo studio della radiazione X e gamma (cioè fotoni con energia maggiore di circa 1 keV) ha mostrato un aspetto dell'universo violento e rapidamente variabile che ha profondamente rivoluzionato l'astronomia moderna e piú in generale l'idea stessa che avevamo di un universo quasi 'immutabile', come ci è apparso per secoli in ottico.
Questo discorso vale in modo particolare per l'astronomia gamma che, studiando i fotoni di maggiore energia dello spettro elettromagnetico, ha mostrato alcuni dei fenomeni celesti piú energetici conosciuti ad oggi [Macomb & Gehrels, 1999]. Inoltre la scarsa probabilitá di interazione con la materia che caratterizza i raggi gamma fa in modo che studiando questa radiazione si riesca ad osservare, con relativa facilitá, sorgenti a distanze notevoli da noi.
I raggi gamma osservati sono generati principalmente da emissioni non termiche, dovute a interazioni di particelle di alta energia, in particolare:

- **Radiazione di sincrotrone**, dovuta al moto spiraleggiante di particelle cariche intorno alle linee di un campo magnetico. Per campi molto intensi, come quelli generati da stelle a neutroni, la radiazione prodotta cade nella banda gamma.

- **Collisioni tra protoni**, possono produrre raggi gamma principalmente attraverso il decadimento di mesoni π^0, questo processo ha luogo, per esempio, nell'interazione tra raggi cosmici e il mezzo interstellare.

- **Effetto Compton inverso.** Un elettrone energetico interagendo con un fotone può trasferire parte della sua energia al fotone. Tramite questo processo gli elettroni di alta energia (dell'ordine dei GeV) presenti nei raggi cosmici possono originare radiazione gamma interagendo con la radiazione stellare e la radiazione cosmica di fondo.

- **Radiazione di bremsstrahlung**, originata quando una particella carica viene frenata dal campo elettrico di un nucleo. È particolarmente importante nel caso della componente elettronica dei raggi cosmici.

- **Annichilazione.** Degli elettroni e dei positroni eventualmente presenti in una regione di spazio producono, per annichilazione, due raggi gamma con energia complessiva uguale all'energia totale delle due particelle.

1.1 Le missioni precedenti

La regione dei raggi gamma è stata l'ultima banda elettromagnetica ad essere esplorata dall'astronomia, questo principalmente per due motivi. In primo luogo si è dovuto aspettare che la tecnologia fosse in grado di portare in orbita i rivelatori per superare l'opacitá dell'atmosfera. Il secondo problema riguarda le particelle cariche presenti nella magnetosfera, che, interagendo con i rivelatori, possono essere interpretate come fotoni gamma. Essendo il loro flusso maggiore di diversi ordini di grandezza rispetto al flusso di fotoni gamma, esse costituirebbero un

'rumore' di fondo che nasconderebbe completamente la radiazione gamma. È stato quindi necessario progettare dei dispositivi in grado di distinguere con grandissima efficienza i fotoni dalle particelle cariche.
I primi tentativi di osservare raggi gamma di origine cosmica furono fatti negli anni sessanta con strumenti montati su palloni. Un vero sviluppo dell'astronomia gamma si ebbe però solo con l'uso di strumenti a bordo di satelliti artificiali. Le missioni spaziali che sono state più importanti nello sviluppo dell'astronomia gamma sono state principalmente tre.

1.1.1 SAS-2 e COS-B

La prima fu il satellite americano SAS-2 [Fichtel et al., 1975] lanciato nel 1972 che operò per soli otto mesi, ma fu in grado di evidenziare l'emissione diffusa del piano galattico, e di individuare due sorgenti localizzate, le pulsar Crab e Vela. Lo strumento principale era una camera a scintille (vedi fig. 1.1) capace di rivelare la direzioni dei fotoni con energia maggiore di 20 MeV studiando la coppia elettrone/positrone da essi prodotta. La camera era circondata da una cupola di

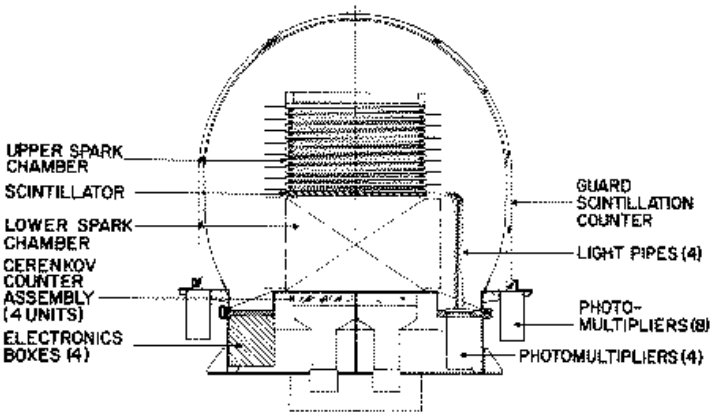

Figura 1.1: Schema dello strumento a bordo di SAS-2.

scintillatori con il compito di funzionare da anticoincidenza, segnalando il passaggio di particelle cariche. La tecnica di rivelazione dei gamma e la struttura della

sonda è stata ripresa dalle missioni successive.
Nel 1975 fu lanciato COS-B per conto dell'Agenzia Spaziale Europea (ESA), funzionò per un periodo molto piú lungo rispetto a quello previsto, terminando la sua missione nel 1982 [Bignami et al., 1975]. La struttura di COS-B era simile a quella di SAS-2, ma, in aggiunta, era dotato di un calorimetro che permise di misurare l'energia dei fotoni gamma con una precisione del 40%. Grazie a questo satellite, si poté creare il primo catalogo di sorgenti gamma, comprendente piú di 20 oggetti. Tra questi si trova la prima sorgente gamma extragalattica, il quasar 3C 273 e la prima sorgente identificata con una nube molecolare, rho Oph. Inoltre COS-B ha prodotto ad una dettagliata mappa della Galassia che mostra l'emissione del disco e la struttura dei bracci a spirale.

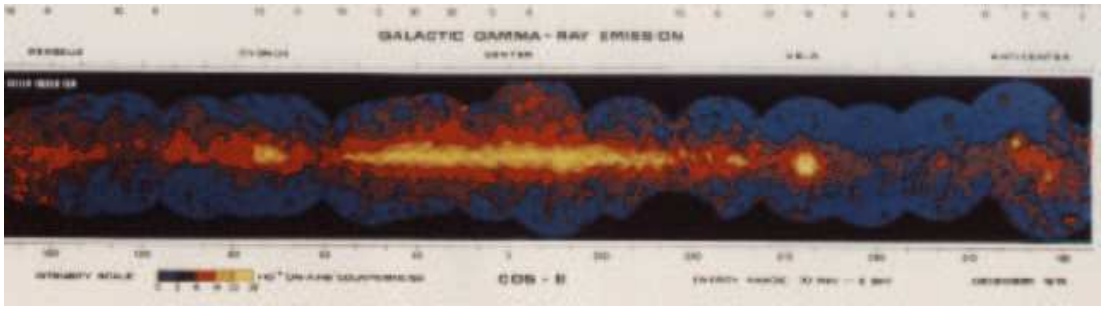

Figura 1.2: La Galassia vista da COS-B.

1.1.2 Il Compton Gamma-Ray Observatory

La vera 'rivoluzione' in questo campo dell'astronomia avvenne con il lancio, nel 1991, del satellite americano Compton Gamma-Ray Observatory (CGRO) a bordo del quale, si trovavano quattro strumenti in grado di coprire complessivamente tutta la banda di energie comprese tra gli 0.1 MeV e i 30 GeV. Questi erano: OSSE (Oscillating Scintillation Spectrometer), dedicato ai raggi gamma X duri, BATSE (Burst and Transient Source Experiment), uno strumento ottimizzato per rivelare lampi gamma su tutto il campo di vista disponibile, COMPTEL (Compton Telescope), rivolto alla parte intermedia dello spetto (1-30 MeV), e infine il

telescopio EGRET (Energetic Gamma Ray Telescope Experiment) operante circa nello stesso intervallo di energie delle missioni sopracitate (30 MeV - 30 GeV) [Kanbach et al., 1988]. EGRET aveva una grande area efficace (più di 1000 cm^2, circa il doppio di quelle di SAS-2 e COS-B) che, unita a una buona risoluzione angolare, ha consentito di aumentare di un fattore 10 il numero di sorgenti note, e di migliorare la conoscenza della componente diffusa gamma. La missione CGRO si è conclusa nel giugno del 2000 quando, a causa del deterioramento degli strumenti di bordo, il satellite è stato fatto rientrare in atmosfera.

Figura 1.3: Il Compton Gamma-Ray Observatory nel momento della sua messa in orbita.

Attualmente non è operativo nessuno strumento spaziale gamma. La NASA è impegnata nella realizzazione dell'esperimento successore di EGRET, la sonda GLAST (Gamma-ray Large Area Space Telescope), che è prevista per un lancio nel 2006 [Atwood, 1994].

1.2 Il cielo visto da EGRET

In quasi 10 anni di osservazioni EGRET ha rivelato circa 2 milioni di fotoni gamma che rappresentano oggi la maggiore fonte di informazioni sull'emissione del cielo nei raggi gamma con energia maggiore di 100 MeV. Questi fotoni hanno permesso di studiare la radiazione diffusa della nostra galassia, il fondo presumibilmente extragalattico e circa 300 sorgenti, solo una parte delle quali è stata identificata.

1.2.1 I Nuclei Galattici Attivi

La maggior parte delle sorgenti identificate da EGRET appartengono alla classe dei nuclei galattic attivi o AGN (dall'inglese Active Galactic Nuclei), cioè galassie caratterizzate da un'intensa e variabile emissione proveniente dal loro nucleo. Si ritiene che questa possa essere originata da un buco nero supermassiccio ($10^6 - 10^{10} M_o$) che si troverebbe al centro di questi oggetti. Nel caso di emissione isotropa, è necessaria una fonte di energia capace di fornire 10^{42} e $10^{49} ergs^{-1}$
In particolare le sorgenti osservate nel campo dei raggi gamma di alta energia fanno parte di una sottoclasse di AGN chiamata Blazar. Questa classe raggruppa sorgenti come le BL Lac e i Quasar radio-emettitori (da cui deriva il nome BL - asar). Le caratteristiche principali di questa classe sono la forte variabilitá in tutte le frequenze osservabili e la loro elevata luminositá intrinseca. Si ritiene che l'emissione dei Blazar sia associabile a un getto di materia con energia relativistica diretto verso la Terra. Questo modello potrebbe spiegare l'intenso flusso di energia osservato da questi oggetti, che non essendo isotropo richiederebbe una luminositá complessiva minore di uno o due ordini di grandezza rispetto ad un'emissione isotropa (poichè l'emissione sarebbe concentrata su piccoli angoli piuttosto che su 4π). Ma questo diminuirebbe il numero di oggetti potenzialmente osservabili da Terra, poichè solo quelli che hanno uno dei getti rivolti verso di noi risulterebbero visibili. I blazar osservati da EGRET hanno una ampia distribuzione in redshift, piú di metà di essi hanno redshift maggiore di 1 [Fichtel & Trombka, 1981].

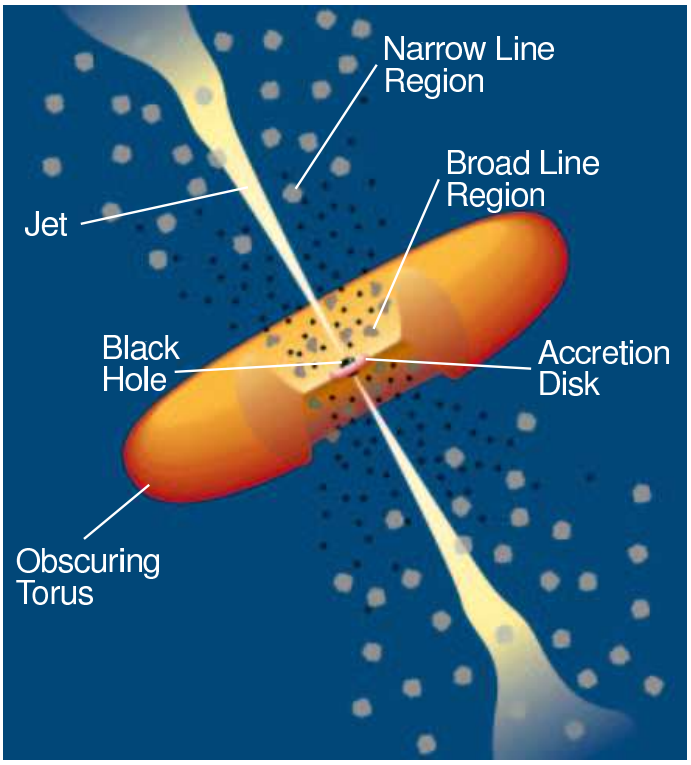

Figura 1.4: Modello interpretativo dell'emissione degli AGN.

1.2.2 Le Pulsar

Le prime sorgenti di raggi gamma ad essere identificate appartengono alla classe delle pulsar. Le emissioni gamma delle pulsar Crab e Vela sono infatti riconoscibili gia' nelle osservazioni di SAS-2. Dopo le osservazioni di EGRET il numero di pulsar di cui e' nota con sicurezza un'emissione gamma e' salito a sette. Le pulsar sono stelle a neutroni, cioé lo stadio evolutivo finale di stelle con massa intermedia.

Una stella infatti rimane "in vita" finche rimangono attive nel suo interno le reazioni nucleari che costituiscono la fonte di energia della stella stessa. Il combustibile nucleare per tali reazioni e costituito dall'idrogeno prima e in seguito dagli elementi progressivamente piu' pesanti. Le stelle piu massiccie terminano questo processo quando il loro nucleo diviene costituito da elementi del gruppo del

ferro, a questo punto infatti le uniche reazioni nucleari possibili sarebbero endotermiche. La perdita dell'energia che garantiva l'equilibrio della stella causa un col-

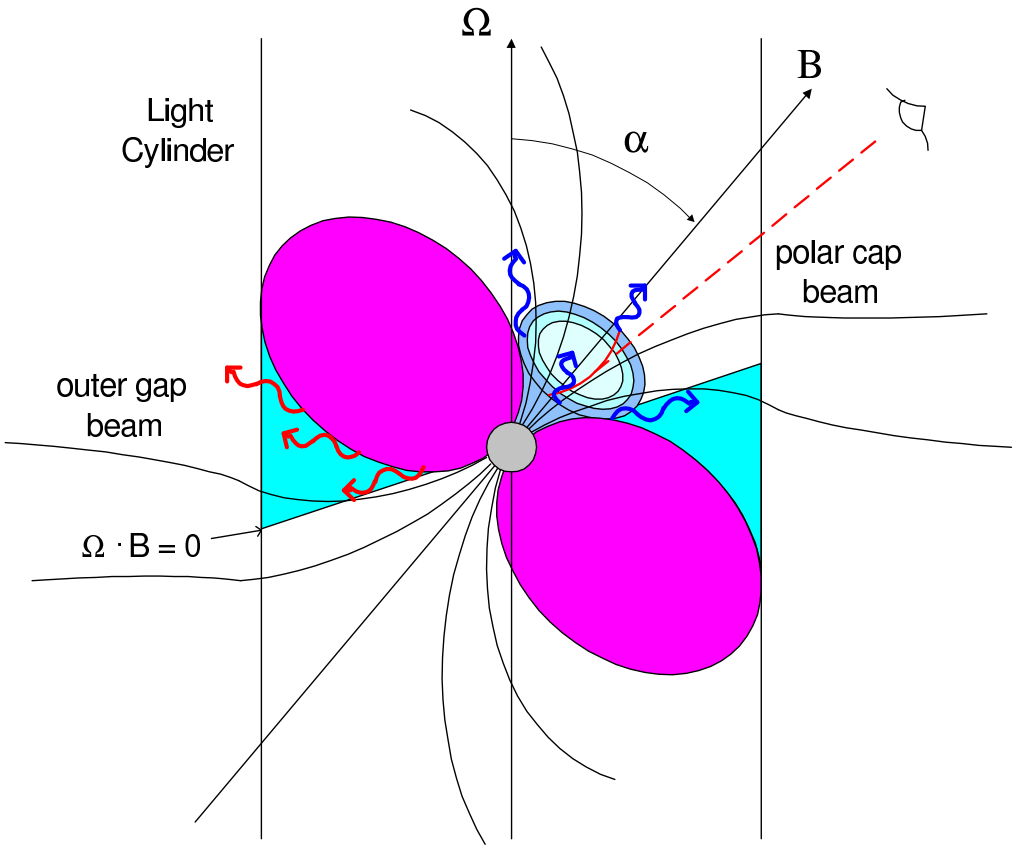

Figura 1.5: Schematizzazione dei modelli "Polar Cap" e "Outer Gap".

lasso gravitazionale del nucleo e l'esplosione degli strati piu esterni della stella, si ha cosi un'esplosione di supernova. Lo stato finale del nucleo stellare dipende dalla sua massa, se questa é minore di circa 1,3 masse solari si genera una nana bianca, se il nucleo é piu' massiccio di circa 2 masse solari si genera un buco nero, nei casi intermedi viene prodotta una stella a neutroni [Castellani & Giannone, 1981]. Le stelle a neutroni sono costituite da un gas degenere di neutroni, confinato in una regione di dimensioni estremamente compatte, il raggio e' infatti dell'ordine della decina di chilometri. Questo implica densita' enormi che possono arrivare fino a $10^{15} g/cm^3$. Poiche' durante il collasso il nucleo conserva il proprio momento

angolare, mentre le dimensioni diminuiscono di molti ordini di grandezza, il periodo di rotazione di questi oggetti risulta compreso tra pochi secondi e i centesimi di secondo. Il collasso gravitazionale porta ad un aumento del campo magnetico della stella fino a oltre 10^{10} *gauss*.

Nel 1968 si scopri' che questi oggetti possono emettere attraverso due fasci molto collimati diretti lungo l'asse magnetico che ruotano in modo solidale alla stella creando una caratteristica radiazione impulsata con periodo uguale al periodo di rotazione della stella, da cui il nome di pulsar. La maggior parte delle pulsar sono state scoperte attraverso osservazioni radio, ma sono state viste delle pulsar in tutte le bande eletromagnetiche. Si pensa che l'emissione gamma delle pulsar sia generata, per radiazione di sincrotrone, dalle particelle cariche del mezzo circostante, accellerate dai campi elettrici prodotti dalla rapida rotazione del campo magnetico stellare. Sono stati elaborati diversi modelli per spiegare come questo possa avvenire, tra cui i piú celebri sono i cosiddetti "polar cap" e "outer gap" che differiscono tra loro principalmente per la regione in cui secondo i due modelli si genererebbero i raggi gamma (fig 1.5).

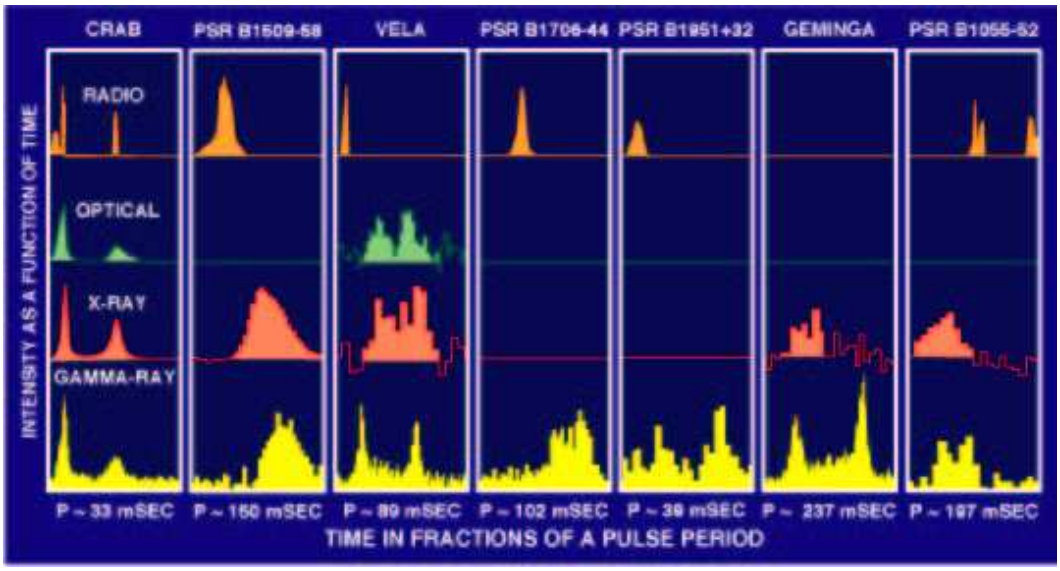

Figura 1.6: Confronto tra le emissioni delle 7 pulsar osservate da EGRET.

1.2.3 Le sorgenti non identificate

Circa due terzi delle sorgenti individuate da EGRET sono ad oggi non identificate, cioè non si sa quale tipo di oggetto sia all'origine dell'emissione osservata. Si ritiene che la maggior parte di queste in futuro possano essere ricondotte all'interno delle classi giá note di sorgenti gamma, cioé nuclei galattici attivi o pulsar, tuttavia non si esclude la possibilitá dell'esistenza di altri tipi di emettitori gamma. L'identificazione di queste sorgenti, grazie anche allo studio attraverso altre lunghezze d'onda, rappresenta una delle maggiori sfide dell'attuale astronomia gamma.

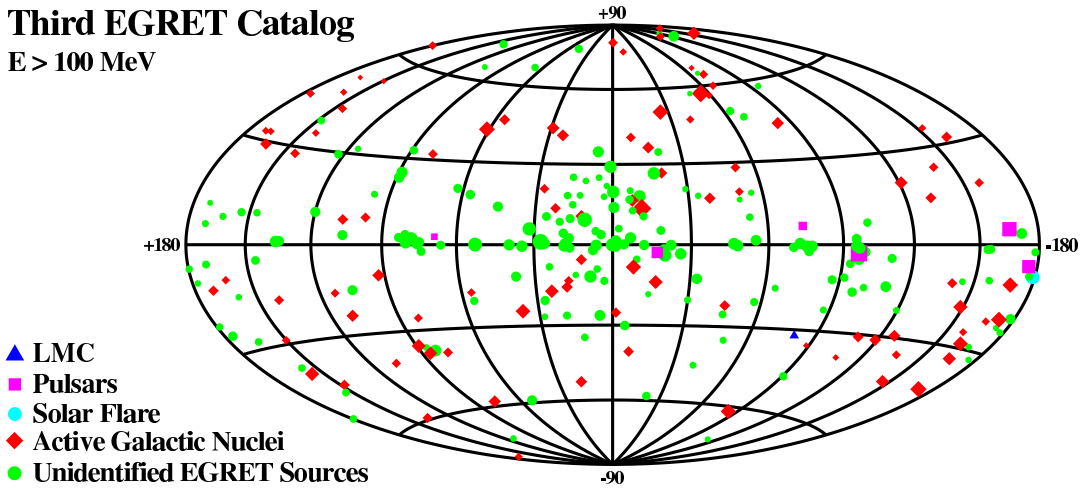

Figura 1.7: Le sorgenti gamma osservate da EGRET.

1.2.4 I Gamma Ray Burst

Alle sorgenti rappresentate in figura 1.7, che costituiscono il catalogo di sorgenti gamma viste da EGRET, si aggiunge una classe di fenomeni transienti chiamati Gamma Ray Burst, che sono sicuramente tra fenomeni piú affascinanti del cielo gamma. I Gamma Ray Burst sono lampi di emissione gamma che per brevi istanti, dell'ordine dei secondi o anche meno, illuminano il cielo gamma. Questi fenomeni

si osservano ormai da circa trent'anni, le prime detezioni risalgono alla fine degli anni sessanta, ad opera dei satelliti militari Vela. Da allora le osservazioni di questi lampi si sono moltiplicate, di particolare importanza sono state le osservazioni (oltre che di EGRET) dello strumento BATSE, anch'esso a bordo del CGRO, costruito appositamente per studiare questo genere di fenomeni.

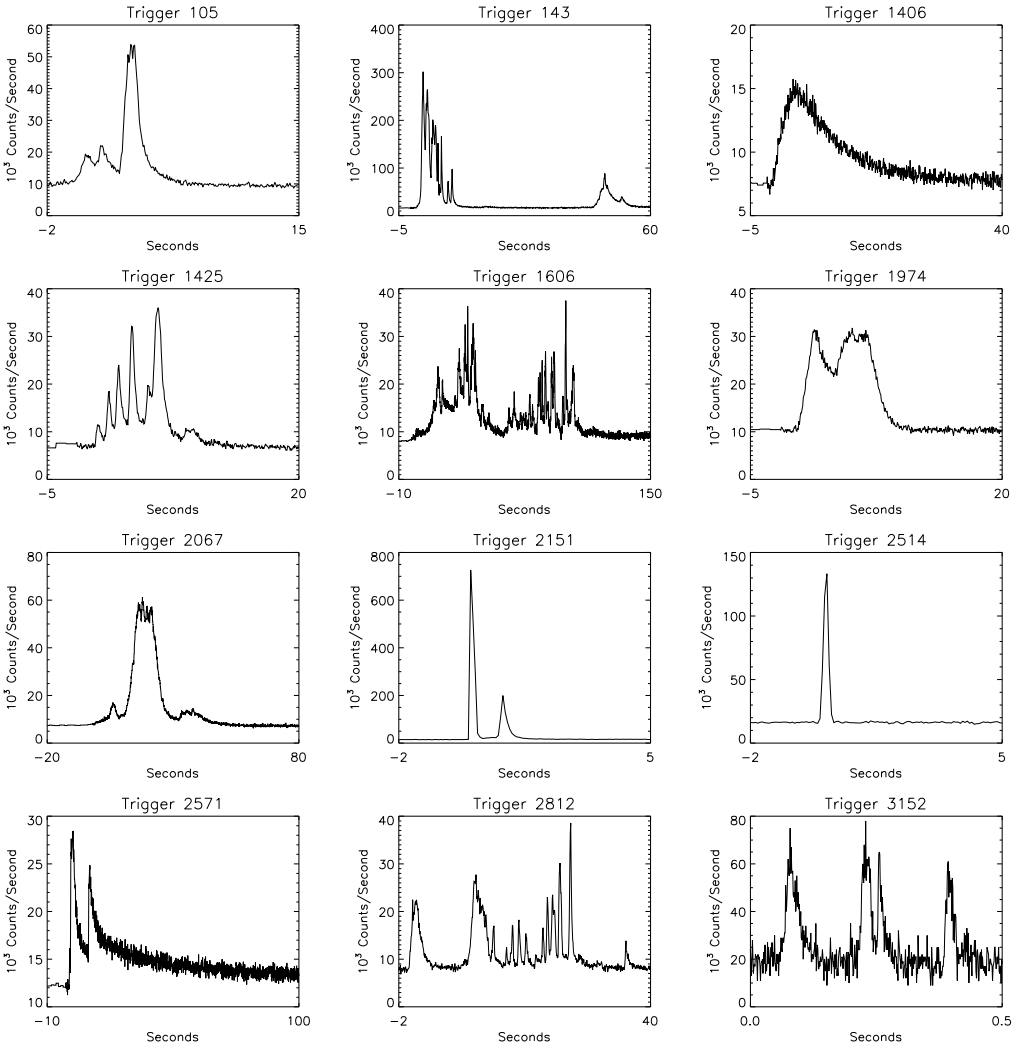

Figura 1.8: Le curve di luce di alcuni dei Gamma Ray Burst osservati.

Nonostante che al giorno d'oggi gli eventi rivelati siano dell'ordine di qualche migliaio, si conosce ancora poco sulla loro origine [Paciesas et al., 1999]. Ció che si

sa per certo é che la regione in cui si genera la radiazione deve essere estremamente ridotta, infatti per produrre lampi di cosí breve durata essa non puó essere piú grande di pochi secondi-luce. Un altro dato certo é la loro distribuzione nel cielo, che é del tutto isotropa, il che implica una distribuzione sferica, rispetto alla Terra, della classe di oggetti che li produce. Per molti anni i modelli teorici sui lampi gamma si sono divisi tra quelli che proponevano un' origine galattica, in particolare nell'alone, e quelli che ipotizavano un'origine extragalattica. Solo recentemente il satellite italiano Beppo-SAX ha osservato per la prima volta il transiente X associato ai lampi gamma. Grazie all'osservazione della componente X, che decade molto piú lentamente, è stato possibile identificare la provenienza dei Gamma Ray Burst da galassie con elevato redshift. Questo implica che i Gamma Ray Burst abbiano origine da esplosioni molto più energetiche di quelle delle supernovæ. Per tentare di spiegare una simile emissione sono stati prodotti vari scenari, come l'esplosione di stelle di massa molto elevata (ipernove), o la fusione di due stelle di neutroni. I modelli teorici che attualmente sembrano spiegare meglio le osservazioni prevedono che, indipendentemente da quale sia la fonte di energia, l'emissione avvenga all'interno di un getto di materia in cui si sovrappongono onde d'urto. In questo caso la radiazione risultante non sarebbe isotropa, e quindi richiederebbe una minore quantiá di energia.

1.2.5 L'emissione diffusa

Oltre alle sorgenti localizzate EGRET ha osservato un fondo di radiazione diffusa, in particolare dalle osservazioni si possono distingure una componente galattica sovrapposta al piano della galassia, e una componente isotropa. Si ritiene che la componete galattica di questo fondo sia generata principalmente dall'interazione di raggi cosmici con il gas interstellare. I raggi gamma si producono attraverso il decadimento di particelle π^0 generate dall'urto dei protoni presenti nei raggi cosmici con l'idrogeno interstellare, la componete elettronica dei raggi cosmici puó invece interagire tramite bremsstrahlung con il gas presente nelle nubi galattiche.

Grazie all'osservazione del fondo galattico é stato perció possibile avere una mappa della distribuzione di materiale interstellare nella galassia. Osservando l'analoga emisione proveniente dalle nubi di Magellano é stato anche possibile determinare il flusso di raggio cosmici presente in queste galassie, il che é servito per dimostrare che l'origine di tali particelle é galattica.
L'origine della componente isotropa del fondo gamma invece non é ancora del tutto chiara. Un'ipotesi formulata prevede che sia costituita da un fondo non risolto di galassie sorgenti di raggi gamma. A questa radiazione extragalattica potrebbe peró sovrapporsi una componente galattica proveniente dall'alone.

Capitolo 2

La missione spaziale AGILE

Per raccogliere l'eredità di EGRET e contribuire allo sviluppo della astronomia gamma, è stato progettato AGILE (Astro-rivelatore Gamma a Immagini LEggero) [Tavani et al., 1999][Tavani et al., 2000][Barbiellini et al., 2000].
AGILE è un satellite dell'Agenzia Spaziale Italiana, ideato e sviluppato da istituti italiani facenti parte del CNR e dell'INFN. Il lancio è previsto per il 2003.
Rispetto a EGRET avrà dimensioni molto più ridotte, ma sarà dotato di una tecnologia innovativa capace di ottenere prestazioni confrontabili, e per certi aspetti migliori di quelle di EGRET. AGILE permetterà di osservare il cielo nella banda di energie (30 MeV - 50 GeV) che altrimenti non sarebbe stata coperta da osservazioni fino al 2006 anno previsto per il lancio di GLAST.
La missione AGILE rappresenta infatti il prototipo di una nuova generazione di sonde spaziali dedicate all'astronomia gamma, basata sulla tecnologia dei rivelatori al silicio. Rispetto alle missioni precedenti AGILE avrà, grazie a ciò, una migliore risoluzione angolare accoppiata ad un grande campo di vista, circa 1/4 del cielo.

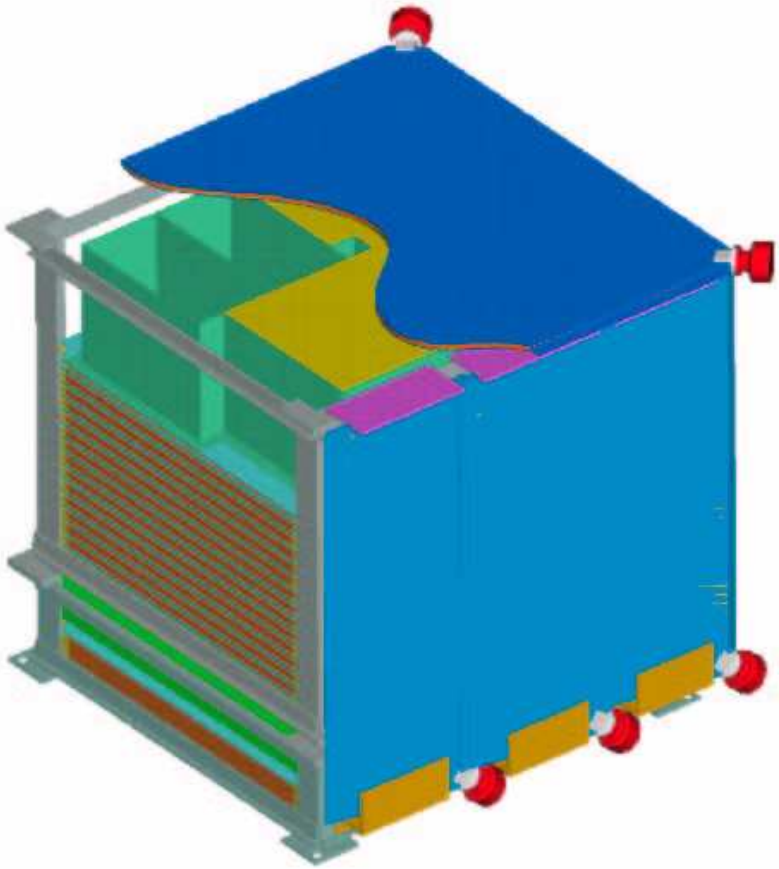

Figura 2.1: La strumentazione scientifica di AGILE sarà formata da un tracciatore al Silicio-Tungsteno, un mini-calorimetro, il rivelatore per raggi X SuperAGILE e un'anticoincidenza formata da 13 pannelli.

2.1 La strumentazione scientifica

Per rivelare i fotoni gamma AGILE è dotato di un tracciatore in silicio-tungsteno in grado di far interagire i fotoni incidenti inducendo una produzione di coppie e di studiare gli elettroni secondari. Sarà in grado di osservare fotoni nell'intervallo di energie tra 30 MeV e 50 GeV con una risoluzione angolare mai raggiunta in

precedenza (36 minuti d'arco per fotoni di 1 GeV). Data la sua importanza, questo strumento sarà descritto più dettagliatamente nel paragrafo 3.1

2.1.1 Il minicalorimetro

Al di sotto del tracciatore si troverà un mini-calorimetro con il compito di misurare l'energia delle particelle che hanno avuto origine nel tracciatore in modo da contribuire alla determinazione dell'energia dei fotoni rivelati. Il minicalorimetro sarà costituito da 32 barre di scintillatori in Ioduro di Cesio di 40 cm di lunghezza, con uno spessore complessivo di 1.5 lunghezze di radiazione. Questo tipo di materiale ha la caratteristica di emettere radiazione (nel intervallo della luce visibile) al passaggio di una particella ionizzante. Ogni barra è connessa a due fotodiodi, posti alle estremità, che misureranno la luce prodotta dalle particelle. Per eventi con energia sufficiente a produrre radiazione rivelabile da entrambi i fotodiodi (quindi con energia maggiore di 1 MeV), il calorimetro misurerà l'energia rilascita nelle barre con una risoluzione di circa 1 MeV.

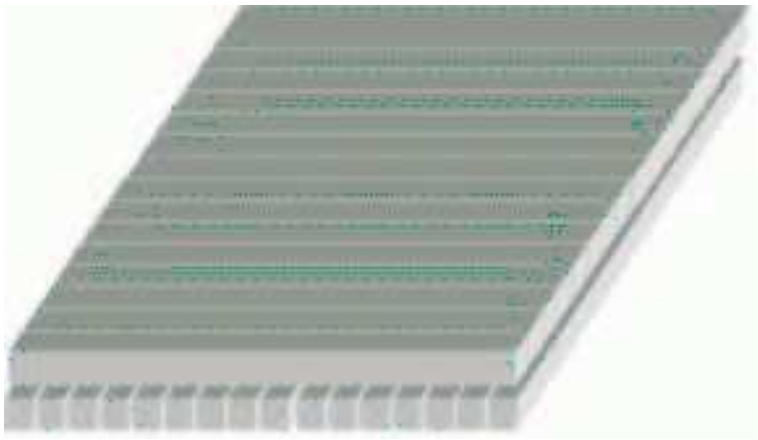

Figura 2.2: La struttura a barre di CsI del minicalorimetro di AGILE.

Per questo tipo di eventi sarà possibile ottenere anche una stima della posizione in cui è avvenuto il rilascio di energia, misurando la differenza di attenuazione della radiazione ai due estremi delle barre. La risoluzione spaziale sarà compresa tra i

2 e i 15 mm a seconda dell'energia rilasciata. Il calorimetro potrà dare una stima dell'energia, con minore risoluzione, anche per eventi con energia compresa tra i 250 keV e un MeV.
Il minicalorimetro, verrà anche usato indipendentemente dal tracciatore come rivelatore omnidirezionale. In questo modo, coprendo una più vasta zona di cielo, potrà quindi rivelare fenomeni transienti, come Gamma Ray Burst o Brillamenti solari, che abbiano emissione nell'intervallo di energia 0.3 - 200 MeV [TESRE-CNR, 2000].

2.1.2 Super-AGILE

Oltre al sistema tracciatore-minicalorimetro complessivamente chiamato GRID (Gamma Ray Imaging Detector), AGILE sarà dotato di un rivelatore sensibile ai raggi X, Super-AGILE posto al di sopra del tracciatore. Ciò permetterà alla sonda di studiare per la prima volta simultaneamente l'emissione X e gamma delle sorgenti in esame, in particolare i GRB, permettendo un buon posizionamento. Super-AGILE sarà formato da 4 rivelatori al silicio (ognuno di 19 cm x 19 cm) coperti da una maschera ad apertura codificata posta a 14 cm di distanza. Potrà rivelare sorgenti nell'intervallo di energia 10-40 keV all'interno di un ampio campo di vista, circa 0.8 steradianti [IAS-CNR, 1999].
Il tracciatore, il minicalorimetro e SuperAGILE saranno circondati da un sistema di anticoincidenza formato da pannelli di scintillatore plastico, 12 laterali e uno posto al di sopra di Super-AGILE, connessi a un totale di 16 fotomoltiplicatori. L'anticoincidenza servirà a distinguere il segnale gamma dal fondo di particelle cariche, richiesta importantissima nella regione di energia in cui lavorerà AGILE.

2.2 Le prestazioni

Come è già stato detto, AGILE, grazie alla struttura tecnologicamente avanzata della strumentazione scientifica, potrà ottenere buone prestazioni pur avendo di-

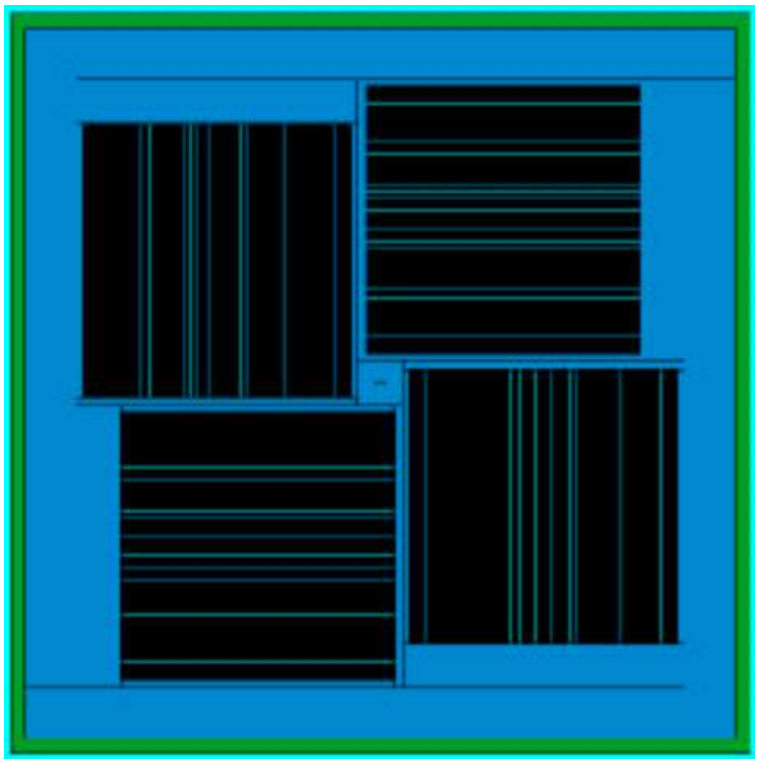

Figura 2.3: La maschera ad apertura codificata di SuperAGILE.

mensioni molto ridotte. La caratteristica saliente di questo satellite sarà il suo grande campo di vista, circa 3 steradianti, finora il più vasto tra i telescopi del suo genere. Questo costituisce un grande vantaggio perchè a parità di numero di osservazioni, AGILE potrà garantire una maggiore copertura del cielo. L'area geometrica di raccolta di fotoni di AGILE sarà, rispetto al suo predecesore, EGRET, minore di circa un fattore circa 4. Nonostante ciò l'area effettiva di AGILE sarà in asse di poco inferiore a quella di EGRET (come si può vedere dalla figura 2.4), mentre per direzioni fuori asse di più di 30 gradi diventa maggiore. Grazie a queste caratteristiche il numero di conteggi di fotoni per sorgenti fuori asse sarà maggiore di quello ottenuto da EGRET a parità di tempo di osservazione.
Oltre al grande campo di vista, un altro pregio di AGILE sarà la sua risoluzione angolare, anch'essa migliore di quella dei precedenti esperimenti di studio di radiazione gamma di alta energia. Questa caratterisctica è dovuta alle proprietà strut-

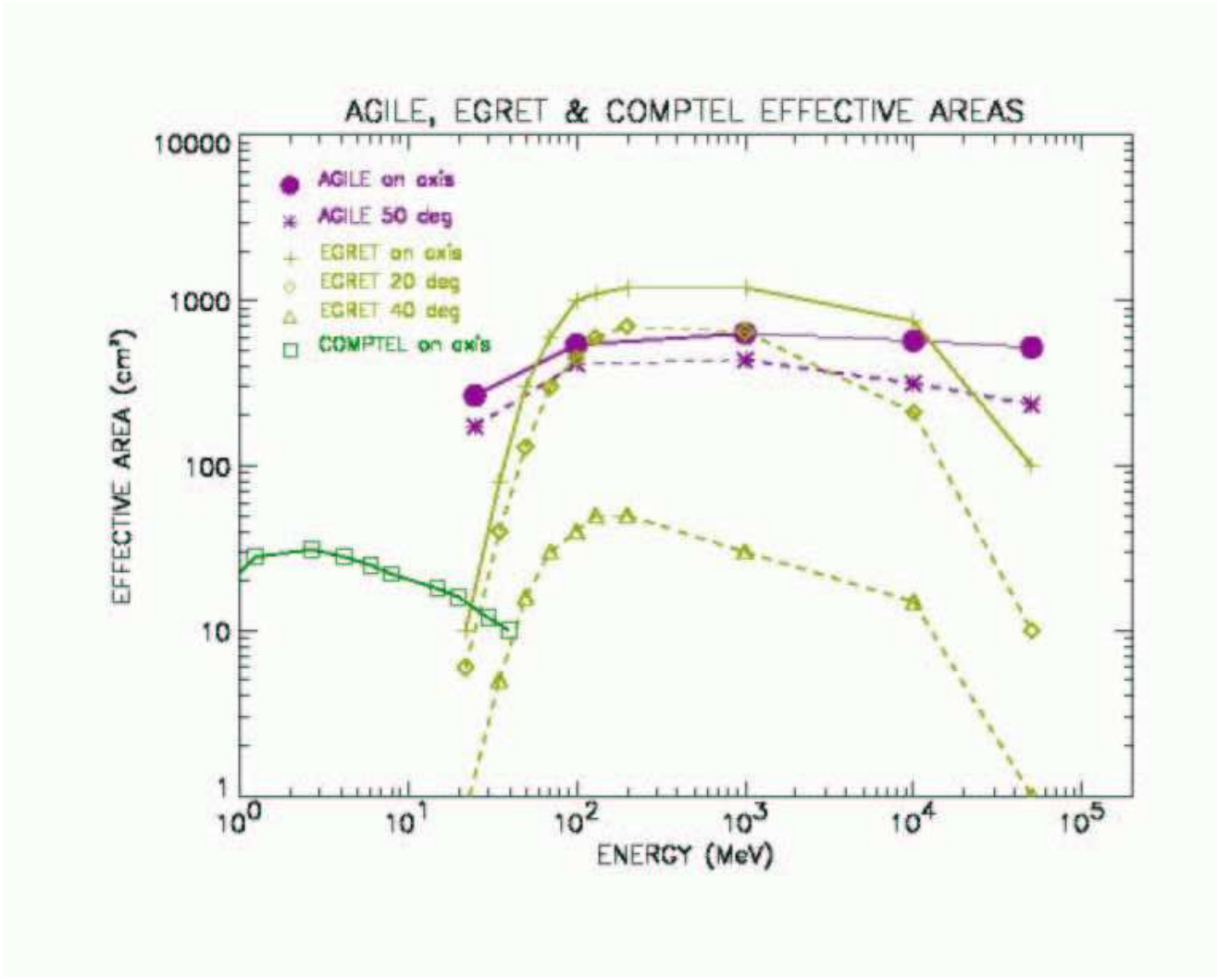

Figura 2.4: L'area efficace di AGILE, EGRET e COMPTEL a confronto. Mentre per EGRET l'area efficace diminuisce drasticamente per angoli fuori asse, l'area efficace di AGILE rimane circa costante anche per direzioni molto fuori asse.

turali del tracciatore che avrà una risoluzione spaziale intrinseca molto migliore dei precedenti strumenti. La risoluzione angolare dipenderà però anche dalle tecniche di ricostruzione di eventi nel tracciatore, che sono ancora in fase di sviluppo. In figura 2.5 è mostrata la risoluzione angolare ottenuta attraverso tali tecniche che saranno studiate nel dettaglio nei capitoli successivi. La risoluzione angolare è limitata principalmente dalla quantità di scattering multiplo subito

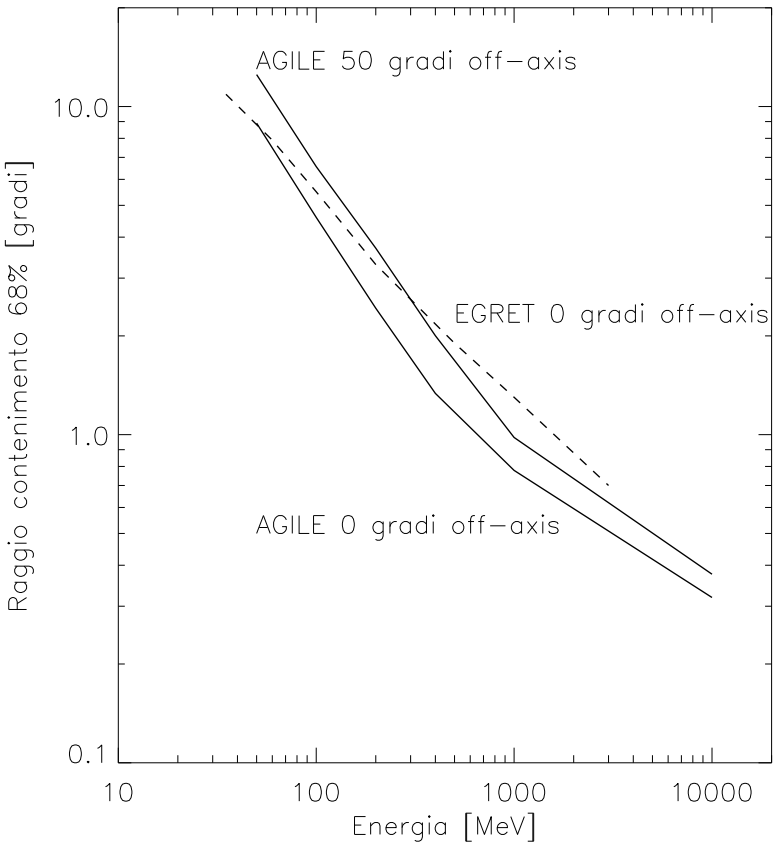

Figura 2.5: La risoluzione angolare di AGILE.

dagli elettroni nel tracciatore (vedi paragrafo 3.3.2). Per questo essa migliora all'aumentare dell'energia dei fotoni mentre peggiora per fotoni fuori asse, lo spessore di materiale attraversato dagli elettroni infatti aumenta come l'inverso del coseno dell'inclinazione delle tracce. Dalla risoluzione angolare dipende anche la precisione nel posizionamento delle sorgenti, che è stimata essere compresa tra i 20 e i 5 primi di minuto d'arco, a seconda dell'intensità della sorgente, del suo spettro e della posizione nel cielo. Grazie alla buona risoluzione angolare, AGILE permetterà, al termine del programma osservativo, di rivelare sorgenti puntiformi con flussi minori di $10^{-7} ph\ cm^{-2} s^{-1}$ (per energie maggiori di 100 MeV), quindi comparabili con il flusso minimo rivelato da EGRET. La sensibilità dipenderà

non solo dalle caratteristiche dello strumento, ma anche dall'intensità del fondo gamma nella zona di cielo osservata. Una mappa della sensibilità prevista in base ad un possibile programma di osservazioni è mostrata in figura 2.7.

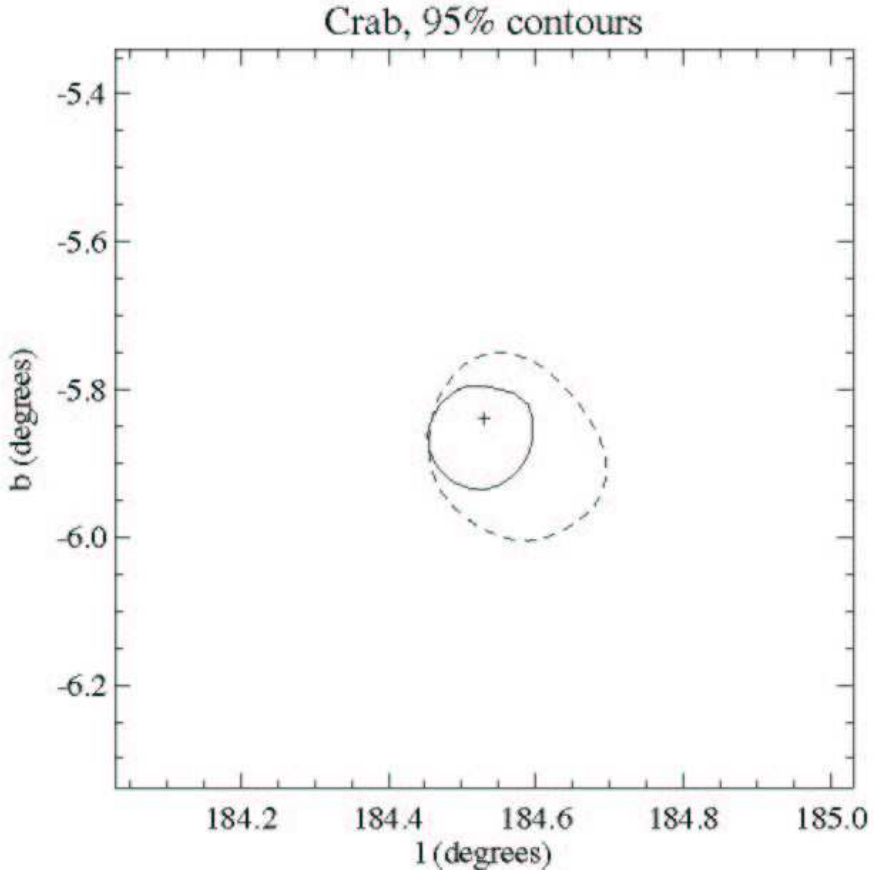

Figura 2.6: In questa immagine è stata simulata la regione entro la quale AGILE posizionerebbe, con una confidenza del 95associata alla pulsar Crab (linea solida). La linea tratteggiata rappresenta l'analoga regione per EGRET.

Per ciò che riguarda l'energia dei fotoni studiati dal calorimetro, si stima che si otterrà una risoluzione energetica con $\Delta E/E$ 1 a 200 MeV. L'imprecisione nell'inforazione sull'energia è dovuta principalmente alle piccole dimensioni del calorimetro che ha a disposizione solo 1.5 lunghezze di radiazione per assorbire le particelle generate nel tracciatore, per questo motivo la risoluzione energetica migliora al dimunuire dell'energia dei fotoni. Sarà possibile stimare l'energia

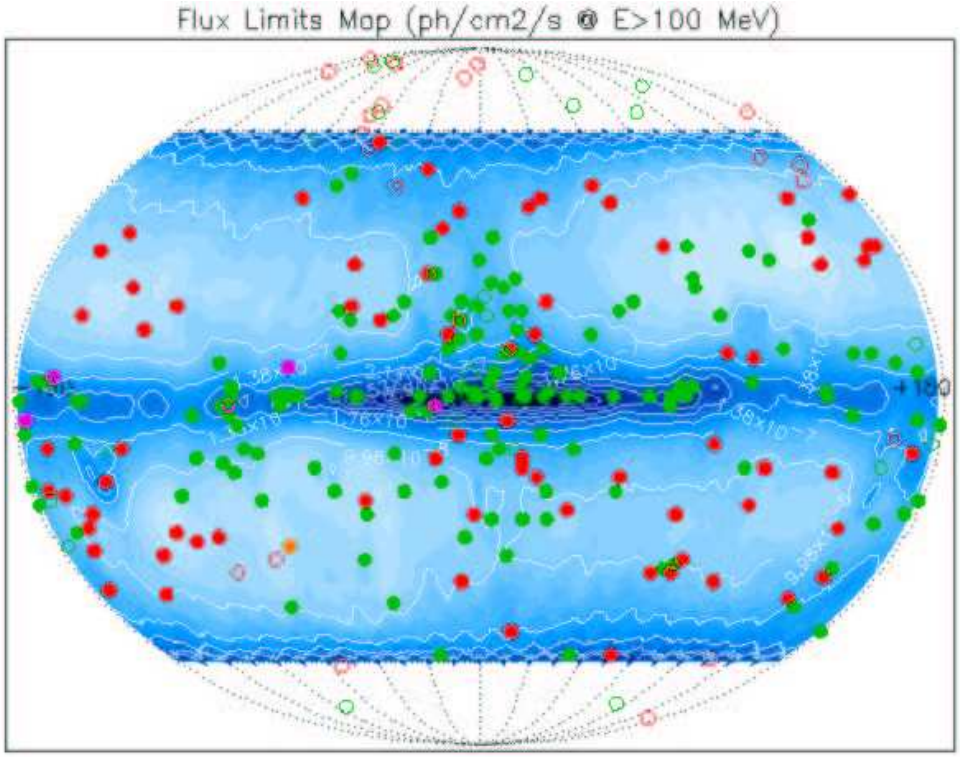

Figura 2.7: Sensibilità raggiunta da AGILE dopo un possibile programma di osservazioni di due anni. In questa mappa il flusso limite rivelabile è compreso tra un minimo di 5 $10^{-8} ph\ cm^{-2} s^{-1}$ (zone più chiare) e un massimo di 3 $10^{-7} ph\ cm^{-2} s^{-1}$ (zone piú scure). Quasi tutte le sorgenti del catalogo EGRET sarebbero osservabili (simboli pieni).

degli eventi visti da AGILE anche misurando lo scattering multiplo subito dagli elettroni nel tracciatore. Un medoto di analisi delle tracce di questo tipo sarà presentato nel capitolo 5.

Tabella 2.1: Confronto tra le prestazioni di AGILE e le precedenti missioni dedicate all'emissione gamma maggiore di qualche decina di MeV

	SAS-2	COS-B	EGRET	AGILE
Campo di vista (sr)	0.25	0.25	0.5	3
Risoluzione angolare a un GeV (gradi)	2	2	1.3	0.7
Area efficace (cm^2)	116	120	1100	700
Sensibilità ($phcm^{-2}s^{-1}$)	10^{-6}	10^{-6}	10^{-7}	$< 10^{-7}$
Risoluzione energetica	100%	50%	20%	100%
Banda di energie (MeV)	20 - 1000	30 - 5000	20 - 30000	30 - 50000

2.3 Gli obiettivi

AGILE sarà, durante il periodo della missione, l'unico satellite in grado di osservare la radiazione dei raggi gamma di alta energia (cioè da qualche decina di MeV fino a oltre 50 GeV). Il suo scopo sarà, in primo luogo, quello di studiare il cielo gamma, e di registrare eventi transienti e la variabilità di sorgenti già note. Il grande campo di vista, in grado di coprire circa un quarto del cielo, faciliterà questo scopo. La qualità della strumentazione permetterà di migliorare le informazioni attualmente disponibili, soprattutto in termini di risoluzione angolare, fornendo stime più precise sulla posizione delle sorgenti osservate.
La precisione nella temporizzazione dei fotoni di AGILE, unita al brevissimo tempo morto dello strumento, consentirà di studiare la variabilità delle sorgenti con una risoluzione temporale di pochi μsec, migliore di un fattore 1000 rispetto al passato. Infine AGILE sarà dotato di un sistema di analisi dei dati in grado di individuare rapidamente eventi transienti. Questo permetterà di studiare le controparti di questi fenomeni in altre lunghezze d'onda.
Grazie a queste caratteristiche AGILE potrà contribuire allo studio di molti campi dell'astronomia gamma, quali:

- **Nuclei galattici attivi.** Molti degli AGN individuati da EGRET si sono potuti osservare solo in corripondenza di brevi eventi transienti di particolare luminosità. Questo implica che osservando con un più ampio campo di vista si aumenta la probabilità di scoprire tali fenomeni anche da oggetti che finora non hanno mostrato un'emissione gamma. Inoltre il grande campo di vista AGILE permetterà di osservare simultaneamente più AGN. Questo faciliterà lo studio della variabilità di tali oggetti, e in particolare delle correlazioni dell'emissione gamma e X energetica per oggetti visibili anche da SuperAGILE. In conclusione, grazie anche alla migliore sensibilità rispetto a EGRET, si stima che il numero di AGN identificati possa aumentare di un fattore 2.

- **Pulsar**. I dati raccolti durante il programma di osservazioni contribuiranno allo studio delle pulsar già identificate e permetteranno forse di scoprire l'emissione gamma di altri oggetti di questa classe. In particolare un'aumento della statistica dei fotoni gamma provenienti da Pulsar può migliorare notevolmente lo sudio della periodicità nell'emissione.

- **Sorgenti non identificate.** La risoluzione angolare di AGILE permetterà di diminuire l'incertezza sulla posizione di questo tipo di sorgenti. Questo fatto, unito allo studio della variabilità di tali sorgenti, aiuterà l'identificazione delle sorgenti non identificate con controparti ad altre frequenze.

- **Gamma Ray Burst.** Grazie alla rapida capacità di allerta sui transienti e alla precisione nel posizionamento, AGILE potrà contribuire a individuare la loro provenienza. Anche nello studio di questi fenomeni l'ampio campo di vista sarà di grande aiuto. Si stima che il tracciatore osserverà 10 o più Gamma Ray Burst all'anno, dei quali potra fornire un posizionamento centro un'incertezza di circa 20 primi. Per i GRB rivelati da SuperAGILE si ricaverà una posizione con un'accuratezza di 1 - 2 primi. Queste informazioni saranno fornite alla comunità scientifica tramite un rapido piano di

allerta. I dati raccolti dal minicalorimetro, dal tracciatore e da SuperAGILE forniranno un'analisi spettrale su un intervallo di energie compreso tra 10 keV e 30 GeV. Il piccolo tempo morto della strumentazione permetterà di studiare l'emissione iniziale dei Gamma ray Burst con una risoluzione dell'ordine di 100 μs, e consentirà forse di scoprire lampi gamma con durata minore di un millisecondo.

- **Emissione diffusa**. AGILE eseguira nel corso della sua missione una mappatura completa della volta celeste migliorando la conoscenza sulla distribuzione dell'emissione diffusa galattica e del fondo isotropo.

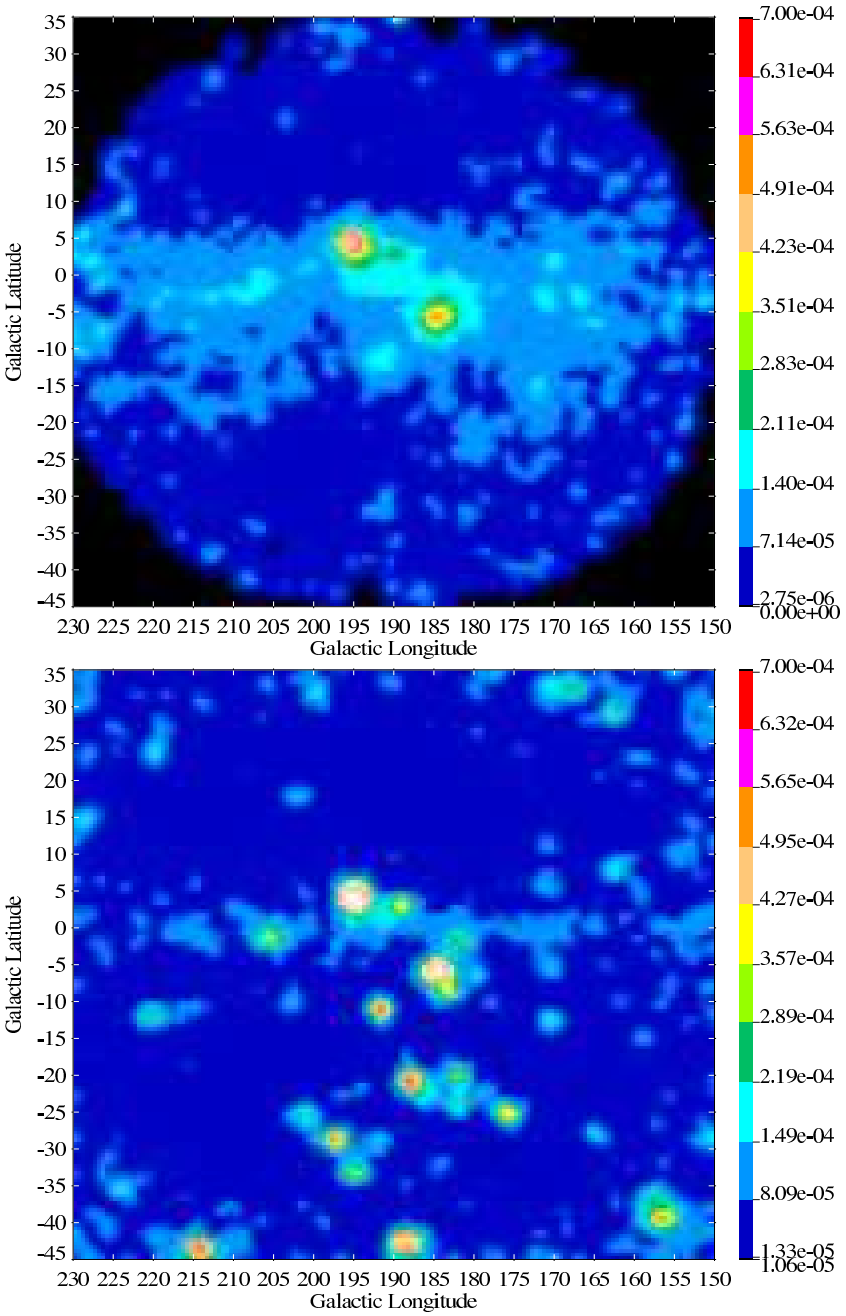

Figura 2.8: La regione dell'anticentro galattico vista da EGRET (immagine sopra). Nell'immagine sotto è stata simulata un'osservazione di AGILE della stessa regione di cielo. È evidente il maggiore campo di vista di AGILE e la migliore risoluzione angolare.

Capitolo 3

La rivelazione di fotoni gamma in AGILE

Una delle difficoltà dell'astronomia gamma ad alte energie consiste nell'impossibilità pratica di focalizzare i fotoni che si vogliono studiare. Per ricostruire la direzione dei fotoni rilevati occorre quindi trovare altre soluzioni.
I fotoni con energie maggiori di 30 MeV interagiscono poco con la materia, interagendo princilpalmente attraverso la produzione di coppie, cioè materializzandosi in una coppia di elettroni e^+e^-. Una tecnica per studiare i fotoni gamma consiste nel far materializzare i fotoni in uno strumento capace di rivelare la direzione ed energia degli elettroni prodotti. Da queste informazioni è possibile ricostruire la direzione ed energia dei fotoni.
Questo è stato il metodo finora adottato dai principali telescopi che hanno osservato i raggi gamma nell'intervallo di energia da qualche decina di MeV a circa 10 GeV, e sarà il metodo utilizzato anche da AGILE. Nei satelliti precedenti la rivelazione degli elettroni veniva fatta attraverso un camera a scintille, simile a quelle usate in esperimenti fisica delle alte energie. AGILE avrà invece un tracciatore a stato solido basato su una tecnologia più moderna che permetterà di ottenere migliori risultati.

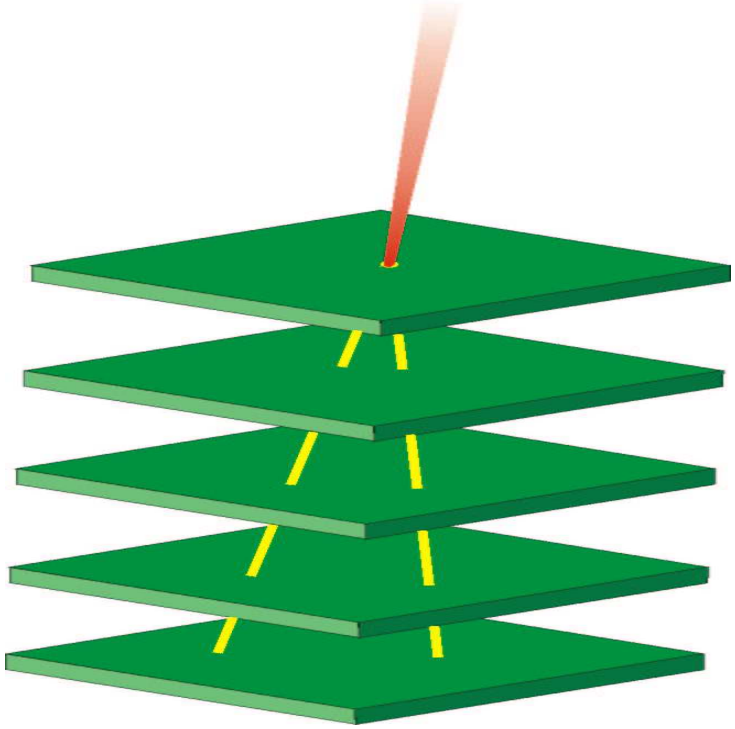

Figura 3.1: Schematizzazione del processo di rivelazione. I fotoni gamma, interagendo con il tracciatore, producono una coppia e^+e^- (rappresentati in giallo) che ne attraversano i piani.

3.1 Il tracciatore

I primi 12 piani saranno composti da uno strato di tungsteno dello spessore di 245 μm (0.07 lunghezze di radiazione) e due strati di silicio di spessore 410 μm; gli ultimi due piani avranno invece solo gli strati di silicio. Il compito dello strato di tungsteno è di aumentare la probabilità di interazione dei fotoni mediante produzione di coppie. Passando poi negli strati di silicio gli elettroni saranno rivelati grazie alle microstrip impiantate su questi strati, che raccoglieranno la carica prodotta dal passaggio di particelle cariche.

I piani avranno un'area geometrica di 1444 cm^2 e la distanza tra due piani suc-

cessivi sarà di 16 mm. Gli strati di Silicio saranno formati da 4 x 4 mattonelle quadrate, ciascuna di lato 9.5 cm, che costituiranno l'elemento base del rivelatore. La lettura degli strati in Silicio sarà fatta attraverso un'elettronica formata da una serie di circuiti TA1 collegati alle microstrip (12 per ogni strato di Silicio). Questi circuiti funzioneranno anche da trigger, non solo per il tracciatore, ma anche per il resto della strumentazione scientifica. Questa è uno dei pregi rispetto agli strumenti usati in precedenza. Per esempio, la camera a scintille di EGRET necessitava di scintillatori che innescassero lo strumento in concomitanza ad un evento. Una tale configurazione però limita il campo di vista dello strumento alla regione di cielo "vista" dal sistema di trigger. Il sistema di trigger di AGILE sarà diviso in due livelli, uno hardware ed un software. Il primo livello si innescherà quando verrà rilevato un segnale proveniente da tre piani distribuiti su non più di quattro piani successivi. Questo livello di trigger estremamente rapido ($< 5\mu s$), usato insieme all'anticoincidenza, fornirà un primo taglio degli eventi dovuti al fondo di particelle cariche. Il secondo livello sarà effettuato tramite una prima analisi software dei depositi e dovrà eliminare perte degli eventi di fondo sopravvisuti al primo livello.

Rispetto alle camere a scintille usate per le precedenti missioni gamma, questo tipo di tracciatore ha altri vantaggi. In primo luogo si ottiene una migliore risoluzione spaziale, caratteristica fondamentale per il tipo di misure che si vogliono fare. Inoltre la lettura delle microstrip è molto rapida, riducendo cosi drasticamente i tempi morti dello strumento. Infine, non è necessario nessun tipo di manutenzione del rivelatore, al contrario di quanto accade per le camere a scintille, che necessitano di periodici rifornimenti di gas.

Il tracciatore di AGILE sarà ultimato solo alcuni mesi prima del lancio del satellite. Fino ad allora l'unico modo possibile per sperimentare il funzionamento e le tecniche di analisi del tracciatore è di affidarsi ad una simulazione dello strumento [Cocco et al., 1999].

La realizzazione di questa simulazione, in corso da diversi anni, è stata realizzata utilizando il software GEANT. È stato cosi sviluppato GAMS (GEANT Agile

Montecarlo Simulator) un software che simula tutto il satellite AGILE e in particolare la risposta della strumentazione scientifica all'interazione con fotoni o particelle cariche [Cocco et al., 2000].

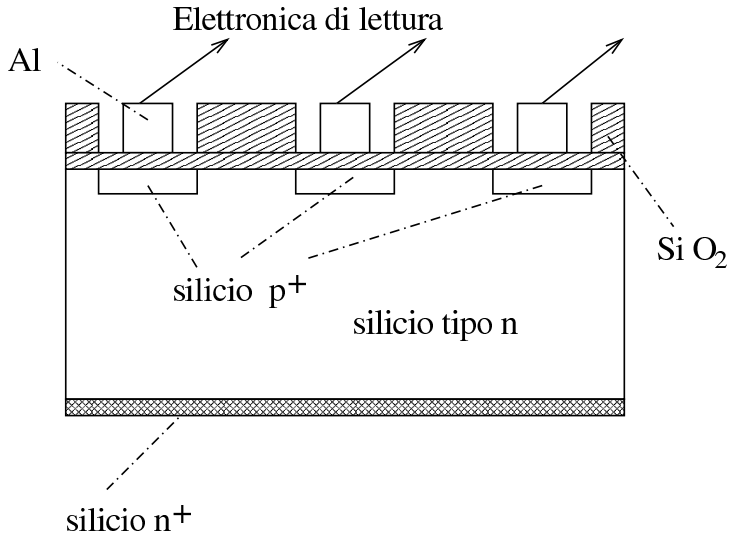

Figura 3.2: Struttura delle microstrip al silicio. Dopo il passaggio di una particella, le cariche prodotte vengono raccolte dalle microstrip a cui è applicato un potenziale negativo

3.1.1 Le microstrip

Su ogni piano saranno presenti delle micro-strip di Silicio (poste in modo ortogonale nei due strati di uno stesso piano) in grado di raccogliere e misurare la carica prodotta dal passaggio di particelle attraverso lo strato. Con tale tipo di dispositivo si potrà stabilire con grande precisione la posizione nella quale le particelle intersecano ogni piano. Da queste informazioni è possibile ricostruire la traccia lasciata dalla coppia e^+e^- all'interno dello strumento. Da tale traccia è possibile ricavare la direzione di arrivo del fotone e la sua energia.
La distanza fra due strip contigue sarà di 121 μm, per ridurre il numero di canali verrà letta un strips ogni due. Questo permetterà di avere un rivelatore di dimensioni notevoli, rispetto ai rivelatori a microstrip di Silicio costruiti sino ad oggi,

pur mantenendo bassa la potenza totale richiesta. Ogni mattonella avrà infatti 384 canali di lettura, su ogni strato saranno quindi letti 1536 canali per un totale di circa 4300 canali per tutto il tracciatore.
Quando una microstrip raccoglie un certa quantità di carica dal piano di Silicio, viene indotta, per accoppiamento capacitivo, una frazione di questa carica nelle strip adiacenti. Tenendo conto degli accoppiamenti capacitivi tra le strip, e calcolando il baricentro della carica misurata sulle microstrip sarà possibile ottenere le coordinate del passaggio delle particelle con una precisione del'ordine di 40 μm.

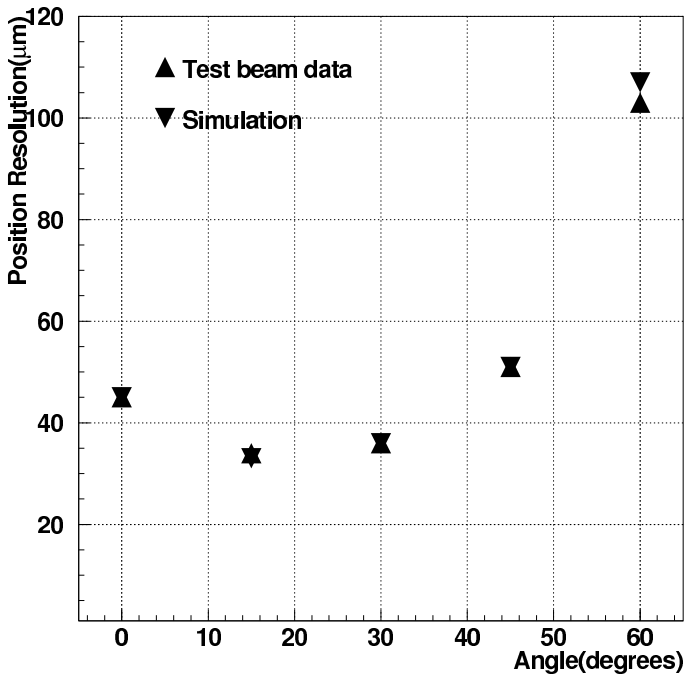

Figura 3.3: La risoluzione spaziale che si ottiene con il tracciatore dipende dall'inclinazione con cui gli elettroni atraversano i piani [Fedel, 2000].

3.2 La materializzazione dei fotoni

Quando un fotone di alta energia attraversa il campo elettrico prodotto dal nucleo di un atomo può succedere che il fotone "scompaia" e al suo posto si crei una coppia di elettroni di carica positiva e negativa,

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

Per il principio di Einstein ciò può succedere solo se il fotone primario ha un'energia $E \geq 2m_e c^2$ con m_e massa a riposo dell'elettrone. Questo processo di produzione di coppie ha quindi una energia di soglia pari a 1.022 MeV.
Inoltre, per la conservazione del momento, esso può accadere solo in presenza del campo elettrico di una particella, solitamente un nucleo atomico, che acquista parte del momento del fotone.
In tale reazione, il nucleo acquista una frazione molto piccola dell'energia del fotone primario, che viene quindi quasi ripartita tra i due elettroni:

$$E_\gamma \simeq 2m_e c^2 + E_- + E_+ \tag{3.1}$$

Per questa ragione lo studio degli elettroni secondari permette di ottenere una buona stima delle caratteristiche del fotone incidente.

3.2.1 La sezione d'urto

Si può definire una probabilità differenziale di produzione di coppia $\Phi(E_\gamma, E_+)$ tale per cui $\Phi dE_+ dx$ rappresenta la probabilità per un fotone di energia E_γ che attraversa uno spessore dx $(g\,cm^{-2})$ di produrre una coppia in cui l'elettrone ha un'energia cinetica compresa tra E_+ e $E_+ + dE_+$. Assumendo che $E_\gamma \gg m_e c^2$ l'espressione teorica per Φ è :

$$\Phi(E_\gamma, E_+)dE_+ = 4\alpha N \frac{Z^2}{A} r_e^2 \frac{dE_+}{E_\gamma} G(E_\gamma, f) \tag{3.2}$$

dove

$$f = \frac{E_+ + m_e c^2}{E_\gamma} \tag{3.3}$$

è la frazione di energia presa dal positrone e α è la costante di struttura fine, N è il numero di Avogadro, Z è il numero atomico, A è il numero di massa atomico e r_e è il raggio dell'elettrone. La funzione $G(E_\gamma, f)$ varia lentamente con E_γ e f. Il processo di creazione di coppie dipende dall'intensità del campo elettrico nel punto in cui avviene. Per questo, la sezione d'urto dipende, oltre che dall'energia del fotone primario, dal numero atomico Z del materiale e dalla distanza dal nucleo. Infatti, maggiore è questa distanza, maggiore sarà lo screening degli elettroni orbitali. L'influenza dello screening è determinata dalla quantità :

$$\xi = 100 \frac{m_e c^2}{E_\gamma} \frac{1}{f(1-f)} Z^{-1/3} \tag{3.4}$$

. L'effetto di screening è *maggiore* per uno ξ *minore*. Se $\xi \gg 1$ lo screeening è trascurabile, mentre $\xi \sim 0$ indica un completo screening. Per un dato valore di f, ξ diminuisce all'aumentare di E_γ. Lo screening può quindi essere considerato completo per ogni processo di produzione di coppie quando l'energia dell'fotone incidente è grande ($E_\gamma > 1GeV$).
Nei casi limite di screening completo o di assenza di screening la funzione $G(E_\gamma, f)$ che appare nella (3.2) vale [Rossi, 1952]:

$$G(E_\gamma, f) = \begin{cases} \left[f^2 + (1-f)^2 + \frac{2f(1-f)}{3}\right] \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{f(1-f)}{9} & \xi \sim 0 \\ \left[f^2 + (1-f)^2 + \frac{2f(1-f)}{3}\right] \left[\ln \frac{2f(1-f)E_\gamma}{m_e c^2} - \frac{1}{2}\right] & \xi \gg 1 \end{cases} \tag{3.5}$$

Essendo G simmetrica tra f e $1-f$, Φ è complessivamente simmetrica per

l'elettrone e il positrone. Integrando Φ in dE_+ si ottiene la sezione d'urto totale, questo può essere fatto analiticamente solo per i due casi limite:

$$\tau = \begin{cases} 4\alpha N \frac{Z^2}{A} r_e^2 \left[\frac{7}{9} \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{1}{54}\right] & \xi \sim 0 \\ 4\alpha N \frac{Z^2}{A} r_e^2 \left[\frac{7}{9} (\ln \frac{2E_\gamma}{m_e c^2} - \frac{109}{54})\right] & \xi \gg 1 \end{cases} \tag{3.6}$$

Per valori intermedi di ξ bisogna valutare l'integrale numericamente. Per $\xi \sim 0$, e quindi per E_γ elevate, τ è circa costante.
La produzione di coppie può avvenire anche nel campo di un elettrone atomico. La sezione d'urto che si ottiene da questa reazione è più piccola di un fattore Z. Per tenere conto di questa interazione si puo' quindi sostituire nella formula precedente Z^2 con Z(Z+1).
In figura 3.4 è mostrata la sezione d'urto totale relativa al Tungsteno per la produzione di coppie in funzione di E_γ e in relazione agli altri principali processi di assorbimento, lo scattering Compton e fotoelettrico. Al di sopra dell'energia di soglia la probabilità di assorbimento di un fotone per produzione di coppie aumenta molto velocemente, fino a diventare il processo dominante per energie maggiori di circa 10 MeV.
E' interessante studiare come l'energia del fotone si divida tra i due elettroni prodotti, questa informazione è contenuta in Φ. In figura 3.5 è graficata Φ in funzione di f per diverse E_γ. Va notato che il valore di f più probabile varia al variare dell'energia del fotone incidente, in particolare per alte energie è favorita una ripartizione asimmetrica dell'energia.

3.2.2 L'angolo di apertura

L'angolo di emissione dei due elettroni della coppia non è determinato solo dalla loro energia e dall'energia del fotone primario, poichè il nucleo, che induce la reazione, acquista parte del momento. Tuttavia è possibile dare un valore in termini statistici all'angolo di emissione di un elettrone (per es. il positrone)

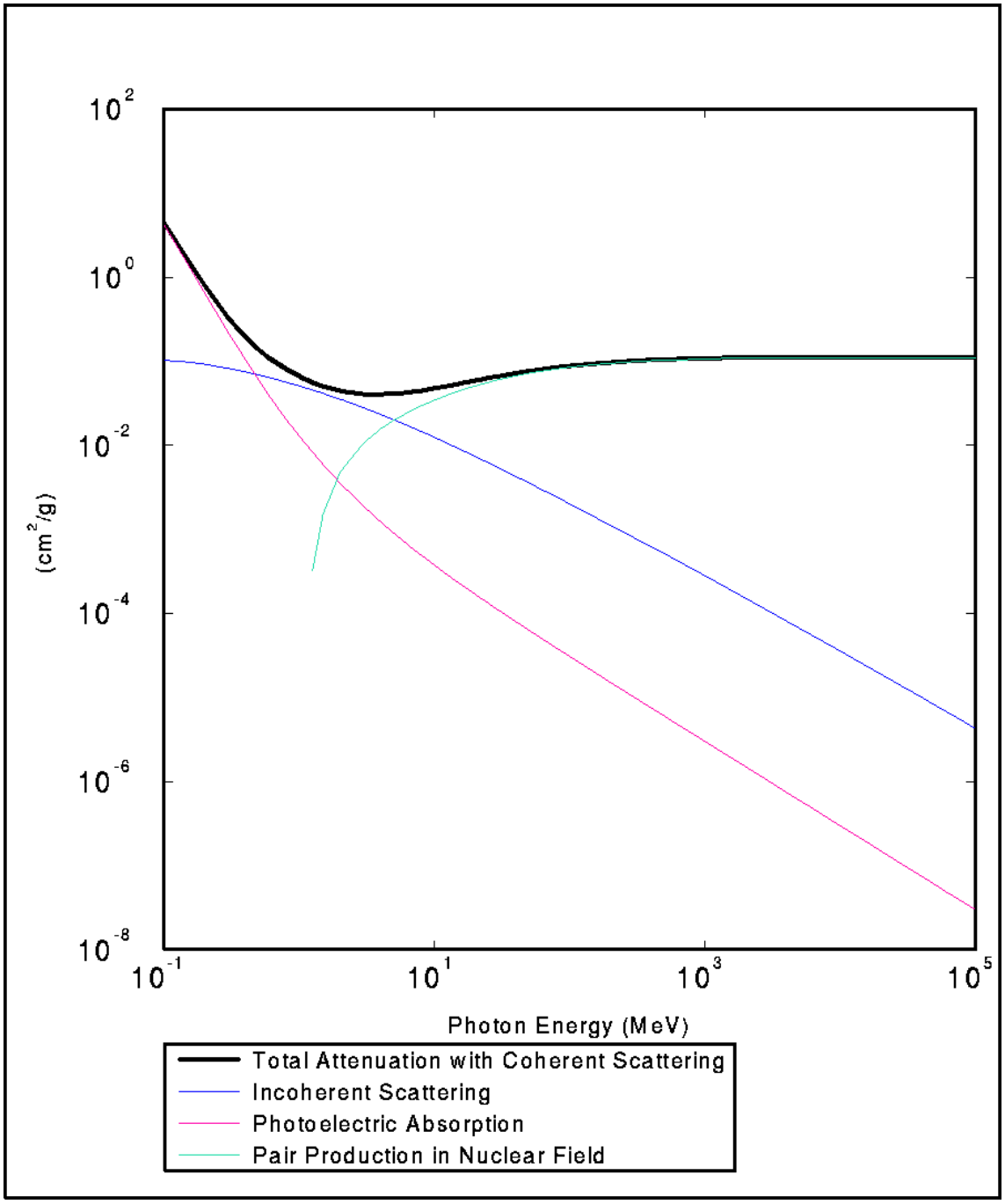

Figura 3.4: Sezione d'urto del Tungsteno relativa ai principali processi di perdita di energia per fotoni gamma. Per alte energie la produzione di coppie domina sugli altri processi.

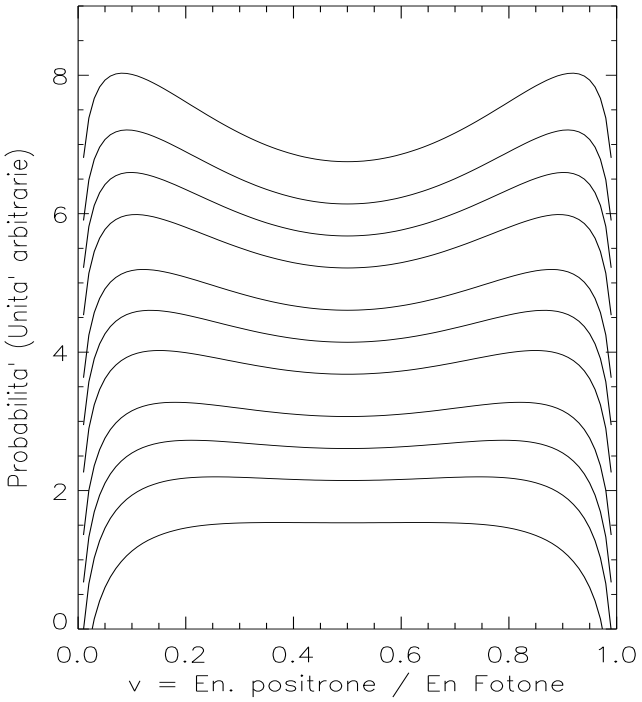

Figura 3.5: Probabilità di reazione in funzione della distribuzione di energia tra gli elettroni secondari.

rispetto alla direzione del fotone. La radice dell'angolo quadratico medio di questa quantità vale [Rossi, 1952]:

$$\sqrt{<\theta_+^2>} = q(E_\gamma, E_+, Z)\frac{m_e c^2}{E_+}\log\frac{E_\gamma}{m_e c^2} \tag{3.7}$$

in cui q dipende molto debolmente da Z, ed è legato anch'esso al rapporto f. Ovviamente per l'elettrone negativo valgono esattamente gli stessi risultati.

In figura 3.7 viene mostrata la dipendenza di $\sqrt{<\theta_+^2>}$ da E_γ e f.

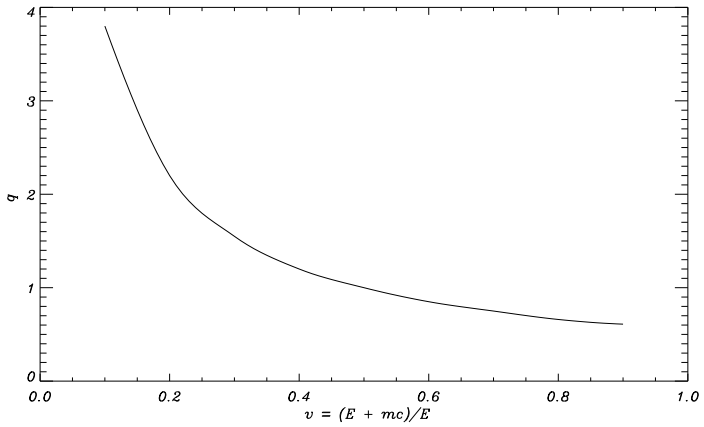

Figura 3.6: Funzione $q(E_\gamma, E_+, Z)$ in funzione del rapporto f. Il grafico si riferisce al Tungsteno (Z=74) per E_γ compreso tra 50 MeV e 300 MeV, ma vale, entro un'approssimazione del 10% anche per energie più alte e diversi Z.

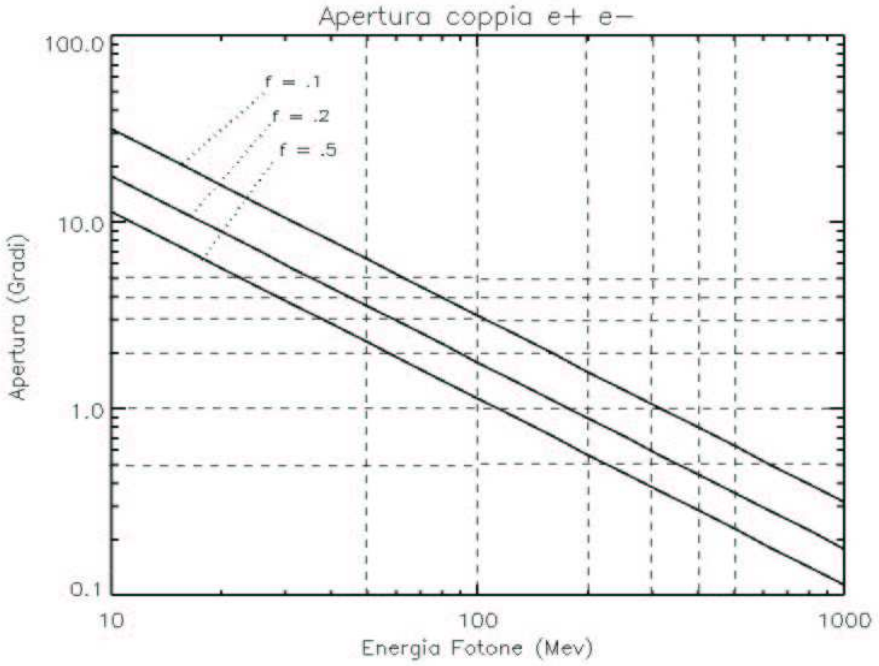

Figura 3.7: Apertura media della coppia in funzione di E_γ e per diversi f.

3.3 Il moto degli elettroni nel tracciatore

Una volta materializzati, i due elettroni secondari iniziano a propagarsi all' interno del rivelatore (con energie dell'ordine di E_γ /2, quindi ampiamente relativistiche)

interagendo così con gli strati successivi di Tungsteno e Silicio. I principali processi che regolano questa interazione sono:

- **perdita di energia per ionizzazione**: questo effetto rende "visibili" gli elettroni producendo cariche che, negli strati di silicio, possono essere raccolte e misurate, dando così informazioni sul passaggio della coppia di elettroni.

- **perdita di energia per bremsstrahlung**: questo processo, che per energie maggiori di qualche decina di MeV diventa dominante rispetto al primo, non ha invece applicazioni utili, può anzi, nel caso di elettroni molto energetici, rendere le tracce più complesse originando uno sciame elettromagnetico

- **collissioni elastiche con i nuclei**: questo processo ha l'effetto di deviare la traiettoria degli elettroni in modo più o meno marcato a seconda della loro energia, complica notevolmente la ricostruzione della traccia ma permette una valutazione dell'energia degli elettroni.

3.3.1 Perdita di energia degli elettroni

Una particella carica che si muove all'interno di un materiale diminuisce la sua energia cinetica a causa delle interazioni con gli elettroni orbitali degli atomi che formano il materiale stesso. Queste possono essere viste come collisioni anelastiche tra la particella e la nuvola elettronica degli atomi, con trasferimento di energia dalla particella agli elettroni. La perdita media di energia è descritta dalla formula di Bethe e Bloch, che applicata al caso di elettroni e positroni diventa [Grupen, 1996]:

$$-\frac{dE}{dx} = k\frac{Z}{A}\frac{1}{\beta^2}\left[\ln\frac{\gamma m_e c^2 \beta\sqrt{\gamma-1}}{\sqrt{2}I} + F(\beta)\right] \tag{3.8}$$

dove $k = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 = 0.3071 \frac{MeV}{g/cm^2}$, I è la costante di ionizzazione caratteristica del materiale che può essere approssimata da $I = 16 Z^{0.9} eV$ e

$$F(\beta) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1-\beta^2) - \frac{2\gamma-1}{2\gamma^2}\ln 2 + \frac{1}{16}(\frac{\gamma-1}{\gamma})^2 & per\ e^- \\ -\frac{\beta^2}{24}\left(23 + \frac{14}{\gamma+1} + \frac{10}{(\gamma+1)^2} + \frac{4}{(\gamma+1)^3}\right) & per\ e^+ \end{cases}$$

La funzione (3.8) ha l'andamento mostrato in figura 3.8. Per elettroni relativistici il suo valore non si discosta mai di molto dal valore assunto al minimo, che per il tungsteno e il silicio vale rispettivamente 1.16 e 1.66 $MeV cm^2/g$. Gli elettroni con energia corrispondente a questo minimo vengono chiamati 'minimum-ionizing particles'.

L'energia perduta dall'elettrone incidente viene acquistata dall'atomo che può risultare eccitato o ionizzato. Le ionizzazioni prodotte in questo modo all'interno degli strati di Silicio del tracciatore di AGILE producono una serie di cariche sotto forma di coppie elettrone-buca che vengono raccolte e misurate tramite le micro-strips presenti in questi strati.

Oltre alla perdita di energia per collisioni inelastiche gli elettroni possono perdere energia anche per interazione con il campo Coulombiano dei nuclei atomici. Infatti, se a causa del campo elettrico dei nuclei un elettrone viene decelerato, parte della sua energia cinetica viene persa sotto forma di un fotone. Questo processo è chiamato bremsstrahlung. Da un punto di vista teorico la bremsstrahlung è legata al processo di produzione di coppie da una semplice regola di sostituzione, la (3.2) da quindi anche la sezione d'urto della bremsstrahlung se si interpreta E_+ come l'energia dell'elettrone prima dell'interazione e E_γ l'energia del fotone emesso.

La perdita di energia causata da questo processo vale:

$$-\frac{dE}{dx} = 4\alpha N_A r_e^2 \frac{Z^2}{A} E \ln \frac{183}{Z^{1/3}} \tag{3.9}$$

per E (energia dell'elettrone o del positrone) $\gg m_e c^2/\alpha Z^{1/3}$.

Definendo una lunghezza di radiazione:

$$X_0 = \frac{A}{4\alpha N_A Z^2 r_e^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}}} \tag{3.10}$$

la 3.9 si semplifica notevolmente:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0} \tag{3.11}$$

X_0 vale 6.8 g/cm^2 per il tungsteno e 22 g/cm^2 per il silicio.

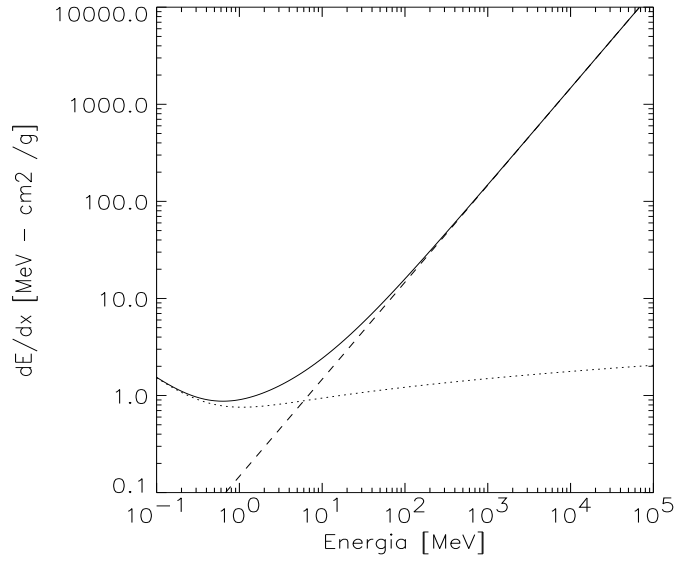

Figura 3.8: Perdita di energia per ionizzazione (linea punteggiata), per bremsstrahlung (linea tratteggiata) e totale (linea continua) nel tungsteno.

Come si può vedere dalla figura 3.8 la perdita di energia per bremsstrahlung domina al di sopra di un'energia critica, che vale 8 MeV per il tungsteno e 39 MeV per il silicio. Come sarà mostrato in seguito è necessario tenere conto di questi effetti di perdita di energia nel tracciatore di AGILE per evitare di sottostimare le energie della coppia di elettroni e quindi anche quella del fotone primario.

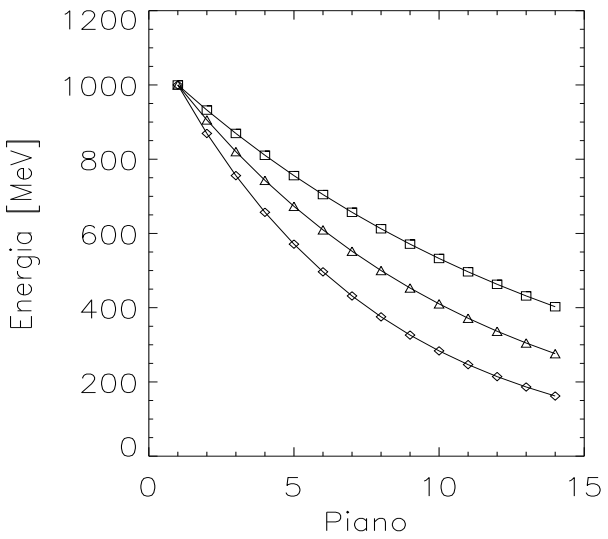

Figura 3.9: Variazione dell'energia di un elettrone inizialmente di 1 GeV attraverso i piani del tracciatore, con inclinazione di 0 gradi (quadrati), 45 gradi (triangoli) e 60 gradi (rombi).

3.3.2 Lo scattering degli elettroni

Il passaggio tra i piani del tracciatore altera, oltre che l'energia, anche la direzione iniziale degli elettroni. Il moto di particelle cariche nella materia è infatti influenzato anche da ripetute interazioni elastiche con i nuclei atomici. In prima approssimazione queste collisioni sono descritte dalla formula di Rutherford:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Z^2 r_e^2 \frac{mc/\beta c}{4sin^4(\theta\ /2)} \tag{3.12}$$

dove $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ indica la sezione d'urto per unità di angolo solido, e θ la deviazione dalla direzione originaria. A causa della dipendenza da $sin^4(\theta/2)$ nel denominatore sono molto favorite le collisioni con piccoli angoli di deviazione. Tuttavia l'effetto complessivo, dovuto al passaggio attraverso un certo spessore di materia, è dato dall'accumulo di queste piccole deviazioni e può essere sensibile.
A seconda dello spessore di materia attraversato, si può dividere il processo in tre

classi [Leo, 1987], *single scattering* per materiali molto sottili tali per cui la probabilità di più di uno scattering Coulombiano è piccola, *plural scattering* quando il numero medio di collisioni è minore di 20 e *multiple scattering* quando il numero di collisioni è maggiore di 20 e la perdita di energia è piccola. In quest'ultimo caso, si può trattare statisticamente il problema ottenendo una distribuzione di probabilità per l'angolo di deviazione dipendente dallo spessore di materiale attraversato.
Un calcolo rigoroso di tale effetto è stato sviluppato da Moliere ed è valido per angoli θ fino a 30 gradi con l'eccezione di elettroni lenti ($\beta < 0.05$) in elementi con alto Z.
Il calcolo di Moliere da la distribuzione dell'angolo polare sotto forma di una serie:

$$P(\theta)d\Omega = \eta\left(2e^{-\eta^2} + \frac{F_1(\eta)}{B} + \frac{F_2(\eta)}{B^2} + ...\right)d\eta \tag{3.13}$$

in cui $\eta = \theta/(\theta_1\sqrt{B})$,

$$\theta_1 = 0.3965\frac{\sqrt{Z(Z+1)\rho x/A}}{p\beta}$$

mentre B è definito dall'equazione $g(B) = ln(B) - B + ln\gamma - 0.154 = 0$ con

$$\gamma = 8.83110^3\frac{(Z+1)Z^{1/3}\rho x}{\beta^2 A\Delta}$$

Le funzioni $F_k(\eta)$ sono definite dall'integrale:

$$F_k(\eta) = \frac{1}{k!}\int J_0(\eta y)e^{\frac{-y^2}{4}}\left[\frac{-y^2}{4}ln\frac{-y^2}{4}\right]^k ydy$$

Questa distribuzione per piccoli angoli è approssimativamente una gaussiana, ma ha significative code non gaussiane. Queste code sono dovute a singole collissioni con parametri d'urto molto piccoli, e non ad una somma di piccole deviazioni; perciò non possono essere trattate in semplici termini statistici. Se si escudono questi urti "frontali" tra elettroni e nuclei, che comunque sono poco probabili, la distribuzione di probabilità può essere messa nella forma

$$P(\theta)d\Omega = \frac{2\theta}{<\theta^2>} e^{\frac{-\theta^2}{<\theta^2>}} d\theta \tag{3.14}$$

Dove $<\theta^2>$ è il secondo momento della distribuzione. Paragonando la 3.14 al primo termine della 3.13 si può porre :

$$\sqrt{<\theta^2>} \simeq \theta_1\sqrt{B} = \frac{13.6}{E_e[MeV]}\sqrt{\frac{z}{X_0}}\left(1 + 0.038\ln\frac{z}{X_0}\right)\ rad \tag{3.15}$$

dove X_0 è la lunghezza di radiazione del materiale e z lo spessore.
Spesso però è più utile usare la proiezione su di un piano della deviazione angolare di scattering. Questa quantità è distribuita ancora in modo gaussiano ma vale $<\theta_x^2>=<\theta^2>/2$.
È interessante notare che anche lo spostamento spaziale che la particella subisce attraversando il materiale a causa dello scattering multiplo si distribuisce approssimativamente in modo gaussiano. Si può trovare che vale :

$$P(r)dr = \frac{6r}{<\theta^2>t^2}\exp\frac{-3r^2}{<\theta^2>t^2}dr \tag{3.16}$$

dove r è lo spostamento e $t = x/X_0$. è facilmente verificabile che vale:

$$<r^2>=<\theta^2>t^2/3$$

Capitolo 4

Ricostruzione di tracce e il Kalman Filter

4.1 La ricostruzione di eventi in AGILE

Quando un fotone gamma materializza all'interno del tracciatore di AGILE, i due elettroni prodotti si propagano con velocità relativistiche attraversando i piani al di sotto del punto di materializzazione. Il loro passaggio è rivelato dagli strati attivi dello strumento. In particolare, ad ogni piano lo strato di Silicio con microstrips parallele a X darà le coordinate y delle particelle che lo attraversano e il piano con le strips Y le coordinate x. Le informazioni che si hanno dopo l'interazione di ogni fotone sono quindi le proiezioni sulle proiezioni x e y dei punti d'intersezione delle traiettorie delle particelle. In figura 4.2 è visualizzato un esempio. A questo punto il lavoro che bisogna fare per ottenere le informazioni che interessano deve seguire in diversi passaggi.
In primo luogo occorre distinguere in ogni vista le due tracce, questo non è affatto banale perchè le tracce hanno spesso una morfologia complessa (specie a basse energie), a causa dello scattering subito dagli elettroni. Inoltre ai depositi lasciati direttamente dalla coppia e^+e^-, si aggiungono quelli derivati dai δ-ray e da altri fenomeni secondari. La complessità di questo lavoro è testimoniata dal fatto che

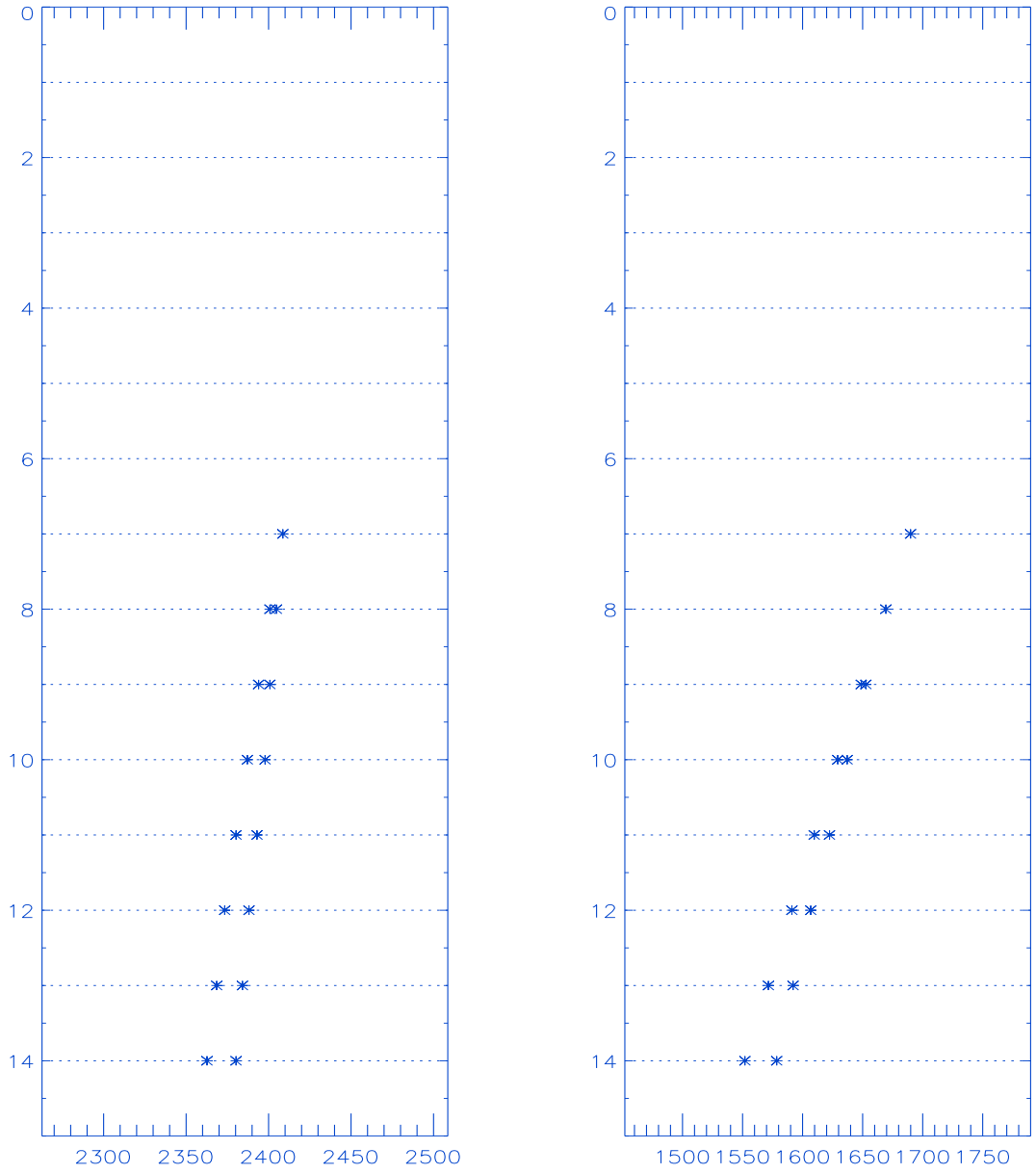

Figura 4.1: I depositi di energia prodotti nella proiezione X e nella proiezione Y da un fotone da 1 GeV (Simulazione Montecarlo).

in passato alcune missioni (come EGRET) hanno deciso di sottoporre alcuni degli eventi più complessi al controllo umano.

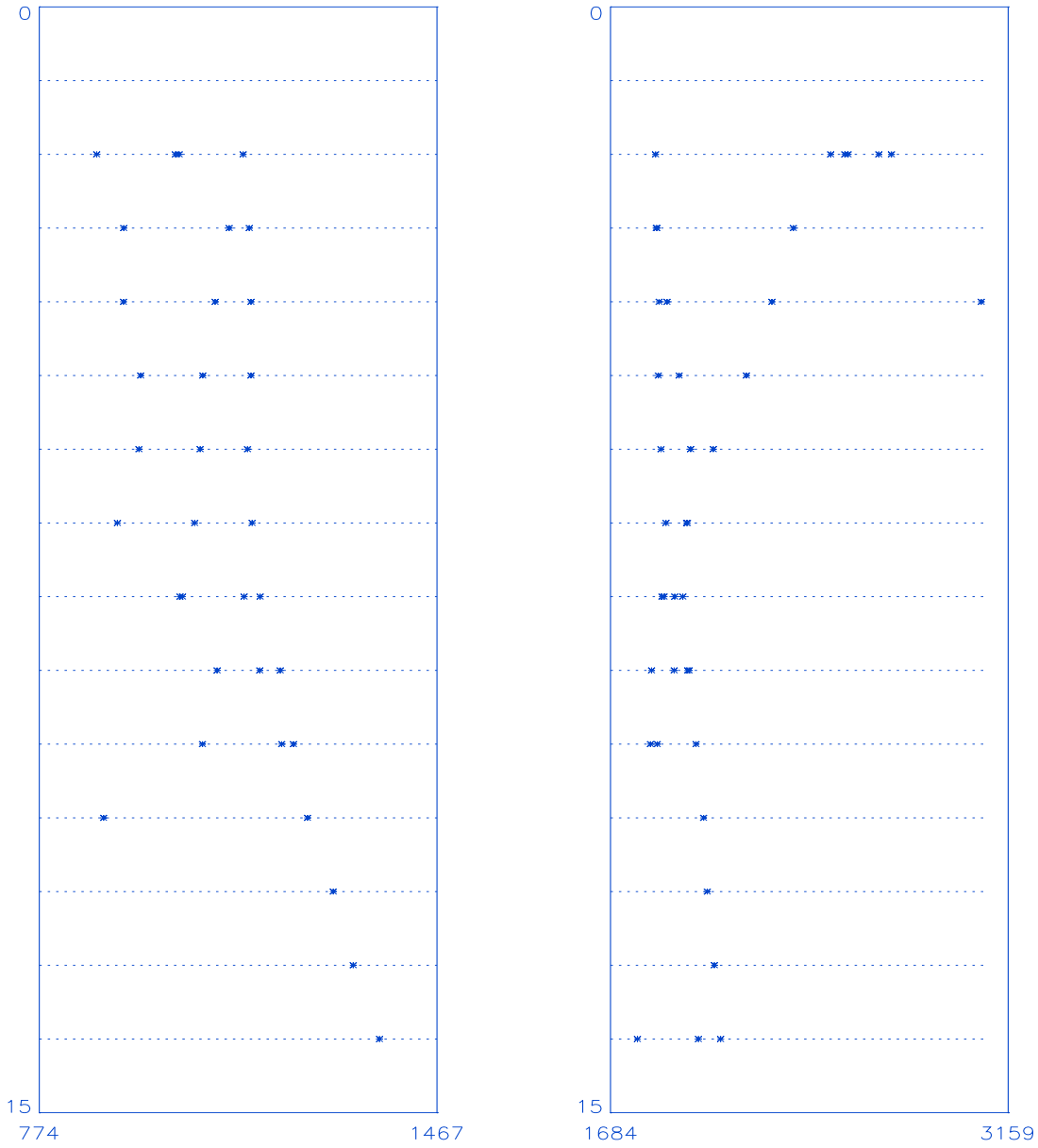

Figura 4.2: I depositi di energia prodotti nella proiezione X e nella proiezione Y da un fotone da 100 MeV (Simulazione Montecarlo). La morfologia complessa di alcuni eventi complica la ricostruzione delle tracce (vedi anche fig. 4.5 a pagina 60)

Distinguere le tracce significa in pratica dividere i punti di una vista in quelli appartenenti ad una traccia, quelli appartenenti all'altra e quelli esterni alle tracce. Una volta fatta questa selezione occorre studiare i punti appartenenti a una tracia per ricostruire le traiettorie dell'elettrone che li ha generati. Occorre cioè "fittare" le misure prese con una linea che modellizza la proiezione su una vista della traiettoria dell'elettrone. Questo compito è reso problematico dall fatto che, come si è visto, il moto dell'elettrone non è retilineo a causa dello scattering multiplo. Inoltre le misure del passaggio dell'elettrone sono affette da un errore intrinseco di ampiezza finita. Il metodo presentato nei paragrafi seguenti è stato sviluppato per ottenere il "fit" ottimale delle misure.
Di particolare importanza è l'inclinazione della traccia subito dopo il vertice. L'ultimo passaggio consiste nel combinare le quattro direzioni iniziali (due per ogni proiezione) della coppia e^+e^- per ottenere finalmente la direzione di arrivo del fotone. Anche questo passo non è immediato. Per prima cosa occorre ottenere le due direzioni tridimensionali del momento degli elettroni, cosa che richiede di associare correttamente le due proiezioni x alle due y (vedi capitolo 6). Occorre quindi studiare dei metodi che permettano di compiere questa associazione correttamente nel massimo numero di volte possibile. Infine si deve tener conto che la differenza tra le direzioni degli elettroni e la direzione del fotone è legata alla loro energia.La direzione del fotone non coincide, in generale, con la bisettrice delle traiettorie degli elettroni. Bisogna quindi avere una stima del rapporto tra le energie dei due elettroni, misurate sulla base dello scattering multiplo, per ricostruire la direzione del fotone "pesando" opportunamente le direzioni dei due elettroni in funzione della loro energia (vedi paragrafo 5.2.1).

4.1.1 Risoluzione angolare ed efficienza di ricostruzione

La bontà di un metodo di ricostruzione di eventi in telescopi gamma come AGILE si misura in termini di risoluzione angolare e di efficienza. La risoluzione angolare indica la capacità dello strumento nel separare due sorgenti di raggi gamma an-

golarmente vicine tra loro. Infatti a causa degli errori commessi nel processo di rivelazione e ricostruzione la direzione di provenienza di un fotone che si ricava è tipicamente affetta da errore. In particolare per fotoni provenienti da una stessa direzione (come quelli provenienti da una stessa sorgente) le direzioni ricostruite si distribuiscono intorno alla direzione vera con un ampiezza tanto maggiore quanto maggiore sono gli errori nella ricostruzione. Tale ampiezza è legata alla risoluzione angolare dello strumento, non essendo possibile separare facilmente sorgenti distanti fra loro meno di questa ampiezza (vedi fig. 4.3). Per caratteriz-

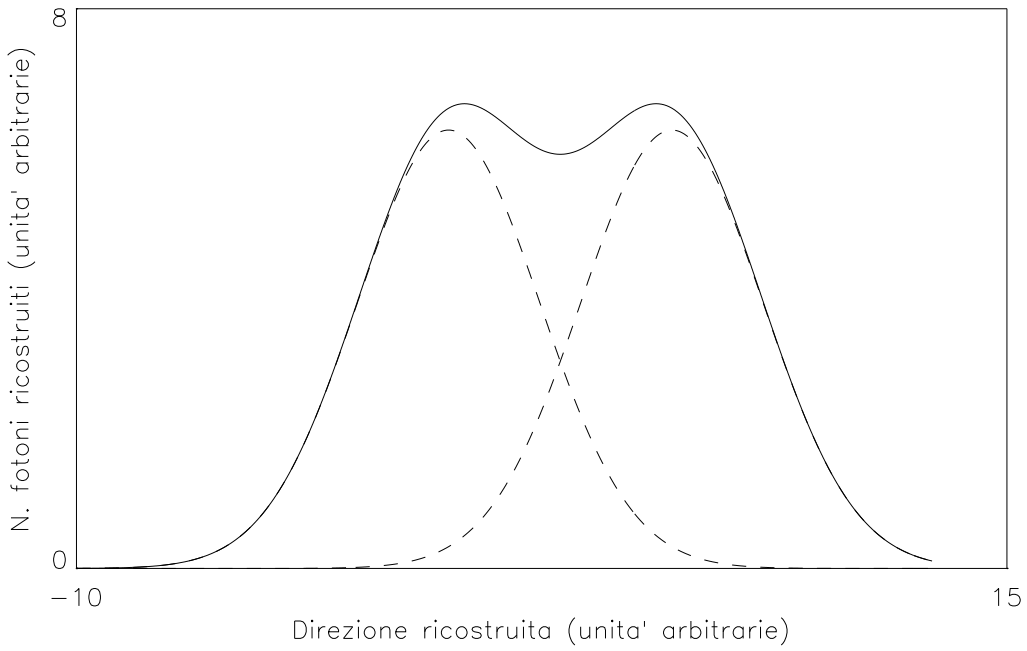

Figura 4.3: Due distribuzioni di direzioni ricostruite possono essere separate solo se la distanza dei loro picchi è maggiore della loro ampiezza. La linea solida rappresenta la somma delle due distribuzioni.

zare la risoluzione angolare è utile definire il *raggio di contenimento 68%*, cioè la distanza entro la quale sono ricostruite il 68% delle direzioni di un fascio di fotoni paralleli.

L'efficienza di ricostruzione di un metodo invece indica la percentuale degli eventi trattati con successo con un particolare metodo di ricostruzione. Dato l'esiguo

numero di fotoni gamma emessi dalle sorgenti celesti, è importante che l'efficienza di ricostruzione sia la più alta possibile.

4.2 Il Kalman Filter

Il Kalman Filter è una tecnica matematica che consente di stimare lo stato di un sistema *in evoluzione* (pur conoscendo la legge di evoluzione del sistema solo in modo approssimato) partendo da una serie di misure, affette da errore, prese a istanti successivi. La tecnica del Kalman Filter consente di combinare queste misure in modo che *tutte* contribuiscano alla determinazione dello stato del sistema ad *ogni* istante. Questa tecnica è stata sviluppata nel 1960 da R.E. Kalman [Kalman, 1960] e da allora ha avuto numerose applicazioni negli ambiti più disparati come, per esempio, l'ingegneria aerospaziale e l'economia.
Nel campo della fisica R. Frühwirth [Frühwirth, 1987] ha descritto un' applicazione del Kalman Filter al metodo di ricostruzione di tracce. Questo è stato in seguito usato per numerosi esperimenti di fisica delle particelle [Frühwirth et al., 1993] [Billoir, 1984] [Gravrilenko, 1996] e viene utilizzato in astronomia gamma per GLAST [Hernando, 1998].
E' possibile usare il Kalman Filter come metodo di "fit" delle tracce create dal passaggio di elettroni nel tracciatore di AGILE . Per far cio' si deve modellizzare il moto dell'elettrone in una proiezione dello strumento come un sistema che "evolve" dal primo piano in cui interagisce fino all'ultimo, considerando cioè i vari piani come istanti successivi dell'evoluzione in cui si acquisiscono informazioni su di esso. Le coordinate del vettore p_k, con il quale è descritto il sistema al generico piano k, possono essere la posizione dell'elettrone (x_k) e la tangente dell'inclinazione del suo moto rispetto alla verticale ($\tan\theta_k$) . La legge di evoluzione in questo modello è

$$p_k = F p_{k-1} + w_k \tag{4.1}$$

dove

$$F = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

rappresenta semplicemente la proiezione geometrica da un piano al successivo, d è la distanza tra i piani del tracciatore (1.6 cm), e w_k rappresenta lo scostamento da questa proiezione dovuta allo scattering multiplo. Tale effetto è tradotto dalla matrice

$$Q = cov(w_k) = \begin{pmatrix} \frac{z^2\theta_0^2}{3} & \frac{z\theta_0^2}{2} \\ \frac{z\theta_0^2}{2} & \theta_0^2 \end{pmatrix} \tag{4.3}$$

dove θ_0 rappresenta l'ampiezza dello scattering multiplo definita dall'equazione (3.15) a pagina 45. Essa dipende dall'energia dell'elettrone (E_e), e dallo spessore (z) del piano attraversato.
Le quantità che formano il vettore p_k sono state scelte in modo che l'evoluzione potesse essere descritta da una legge lineare, il che è fondamentale per l'applicabilità del Kalman Filter. L'incertezza delle nostre conoscenze dello stato del sistema può essere descritta da una matrice

$$C_k = cov(p_k - p_k^{true}) \tag{4.4}$$

dove p_k^{true} contiene i valori reali del sistema al piano k.
Ad ogni piano si avrà una misura del passaggio della particella (m_k), l'operazione di misura del sistema puo essere vista come un'operazione del tipo:

$$m_k = Hp_k + \mu \tag{4.5}$$

dove H rappresenta la trasformazione di coordinate tra le quantità che rappresentano il vettore p_k e le quantità misurate. In questo caso

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

μ è l'errore commesso nella misura. Quest'errore è descritto dalla matrice :

$$V = cov(\mu) = \begin{pmatrix} \sigma^2 \end{pmatrix} \tag{4.7}$$

4.2.1 Il calcolo

Nel procedimento di calcolo si distinguono tre momenti, chiamati *Prediction, Filtering* e *Smoothing*.
Il primo di questi consiste in una previsione p_k^{proj} dello stato sul piano k in base allo conoscenza del sitema sul piano k-1

$$p_k^{proj} = F p_{k-1} \tag{4.8}$$

l'incertezza associata a questa stima è data dall'incertezza con cui si conosce p_{k-1} (anch'essa proiettata sul piano k) sommata alla deviazione dovuta allo scattering multiplo

$$C_k^{proj} = F C_{k-1} F^T + Q \tag{4.9}$$

Il vettore p_k^{proj} contiene l'informazione sullo stato al piano k proveniente dalle misure prese ai piani superiori. Se viene presa una misura al piano k si hanno due stime (o misure) del sistema relative allo stesso piano e indipendenti tra loro. Queste possono essere combinate tra loro pesandole in modo inversamente proporzionale all'incertezza con le quali si conoscono.

$$p_k = \frac{(C_k^{proj})^{-1} p_k^{proj} + H^T V^{-1} m_k}{(C_k^{proj})^{-1} + H^T V^{-1} H} = C_k[(C_k^{proj})^{-1} p_k^{proj} + H^T V^{-1} m_k] \tag{4.10}$$

avendo definito:

$$C_k = [(C_k^{proj})^{-1} + H^T V^{-1} H]^{-1} \tag{4.11}$$

Queste operazioni costituiscono la fase di filtering. Cosi' facendo si può partire dal primo piano colpito e inserire le misure sui piani sottostanti attarverso un'alternanza di prediction e filtering.
In questo modo però, sarà il vettore relativo all'ultimo piano a contenere tutte le informazioni raccolte. Il successivo processo di smoothing serve proprio a trasportare a ritroso l'informazione. Questo procedimento, del tutto analogo al prediction e filtering, viene attuato definendo prima una matrice di guadagno sul piano k:

$$A_k = C_k F^T (C_{k+1}^{proj})^{-1} \tag{4.12}$$

Il vettore-stato sarà :

$$p_k^{smooth} = p_k + A_k(p_{k+1}^{smooth} - p_{k+1}^{proj}) \tag{4.13}$$

al quale è associata un'incertezza :

$$C_k^{smooth} = C_k + A_k(C_{k+1}^{smooth} - C_{k+1}^{proj})A_k^T \tag{4.14}$$

Anche queste operazioni devono essere effettuate in modo iterativo, procedendo dall'ultimo piano verso il primo. Sul generico piano k il vettore p_k^{smooth} conterrà così le informazioni provenienti da tutte le misure a disposizione. Nella ricostruzione delle tracce di e^+e^- generati da un fotone gamma, l'inclinazione iniziale del moto riveste un particolare interesse. Il processo di smoothing dovrà quindi essere continuato fino all'inizio della traccia.

4.2.2 Un esempio

Ecco un esempio per chiarire i concetti esposti (vedi anche [Maybeck, 1979]). Si supponga di conoscere esattamente la posizione dell'elettrone al piano k-1, e che invece la stima dell'inclinazione del suo moto ($\tan\theta_{k-1}$) sia affetta da errore. Se questo errore è descrivibile in termini di una distribuzione normale con varianza Δ^2 , è possibile stabilire la posizione dell'elettrone sul piano successivo in termini di probabilità di presenza. Questa sarà approssimativamente una gaussiana centrata nella posizione $x_{k-1} + d\tan\theta_{k-1}$ e con varianza $d^2\Delta^2$.

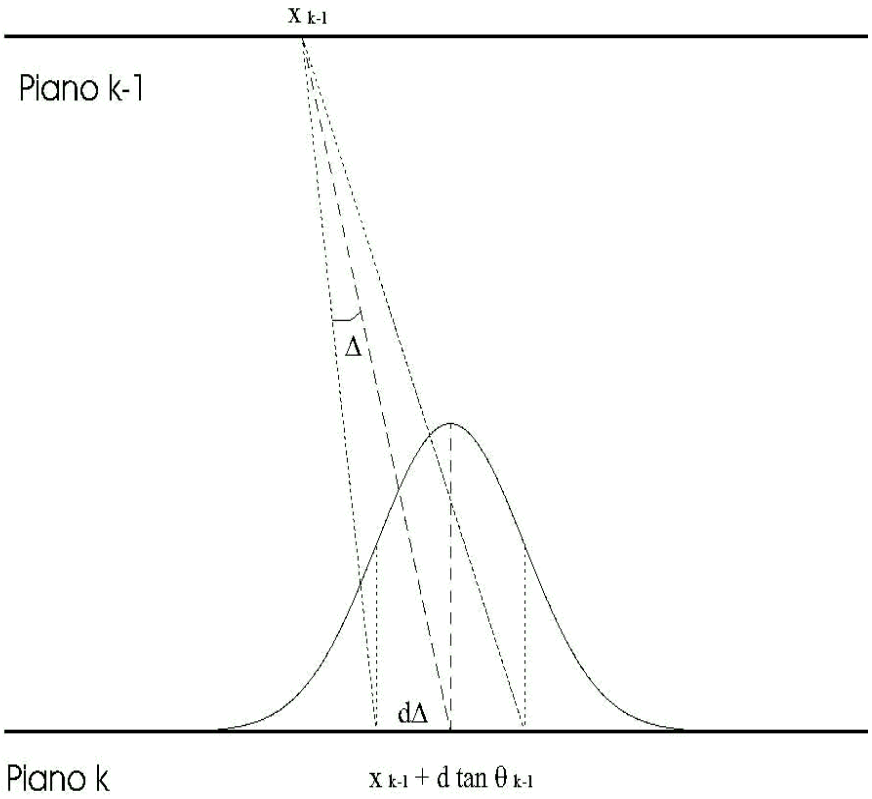

Figura 4.4: Probabilità di presenza dell'elettrone.

A sua volta, una misura sul piano k può essere descritta da una distribuzione gaussiana con picco in m_k e varianza σ^2.

È noto che due gaussiane (con medie in z_1, z_2 e varianze v_1, v_2) derivate da stime indipendenti possono essere combinate in una distribuzione con varianza :

$$v = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

e media :

$$z = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2}(\frac{z_1}{v_1} + \frac{z_2}{v_2}) = v(\frac{z_1}{v_1} + \frac{z_2}{v_2})$$

Si può quindi descrivere complessivamente l'informazione sul piano k con una distribuzione di probabilità con varianza :

$$\frac{d^2\Delta^2\sigma^2}{d^2\Delta^2 + \sigma^2} \tag{4.15}$$

e picco in :

$$\frac{d^2\Delta^2\sigma^2}{d^2\Delta^2 + \sigma^2}(\frac{x_{k-1} + d\tan\theta_{k-1}}{d^2\Delta^2} + \frac{m_k}{\sigma^2}) \tag{4.16}$$

Il calcolo del Kalman filter sfrutta gli stessi principi estendendoli però a variabili con più dimensioni. Nel formalismo matriciale lo stato del sistema sul piano k vale:

$$p_{k-1} = \begin{pmatrix} x_{k-1} \\ \tan\theta_{k-1} \end{pmatrix}$$

A questa è associata una matrice di covarianza :

$$C_{k-1} = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 \\ 0 & \Delta^2 \end{pmatrix}$$

dove ϵ è stato inserito solo per rendere la matrice invertibile, ma può essere pensato piccolo a piacere. Partendo da queste informazioni è possibile fare una previsione sullo stato al piano k :

$$p_k^{proj} = F p_{k-1} = \begin{pmatrix} x_{k-1} + d\tan\theta_{k-1} \\ \tan\theta_{k-1} \end{pmatrix}$$

la matrice di covarianza proiettata sul piano k diventa :

$$C_k^{proj} = FC_{k-1}F^T = \begin{pmatrix} d^2\Delta^2 + \epsilon & d\Delta^2 \\ d\Delta^2 & \Delta^2 \end{pmatrix}$$

dove, per semplicità , si è posto $\mathbf{Q}$ =0. In questa matrice gli elementi sulla diagonale esprimono (in termini di varianza) l'incertezza rispettivamente sulla posizione e sulla direzione.
Se sul piano k viene presa una misura m_k, si ottiene :

$$p_k = C_k[(C_k^{proj})^{-1}p_k^{proj} + H^TV^{-1}m_k] = \frac{\Delta^2\sigma^2d^2}{\sigma^2 + d^2\Delta^2} \begin{pmatrix} \frac{x_{k-1}+d\tan\theta_{k-1}}{\Delta^2d^2} + \frac{m_k}{\sigma^2} \\ \frac{\tan\theta_{k-1}}{\Delta^2d^2} + \frac{(m_k - x_{k-1})}{\sigma^2 d} \end{pmatrix}$$

Il primo elemento di p_k è uguale alla (4.16), mentre il secondo esprime l'analogo risultato per $\tan\theta_k$. L'incertezza legata a queste stime è contenuta in :

$$C_k = [(C_k^{proj})^{-1} + H^TV^{-1}H]^{-1} = \frac{\Delta^2\sigma^2}{\sigma^2 + d^2\Delta^2} \begin{pmatrix} d^2 & d \\ d & 1 \end{pmatrix}$$

nella quale il primo elemento della diagonale principale è uguale a (4.15).

4.2.3 La qualità del Fit

Tramite il calcolo del Kalman filter è anche possibile definire un parametro che fornisce una stima della qualità del fit eseguito. In primo luogo occorre calcolare il residuo del fit relativo a ogni piano:

$$r_k = m_k - Hp_k^{smooth} \tag{4.17}$$

la matrice con la quale i residui sono pesati vale:

$$R_k = V - HC_k^{smooth}H^T \tag{4.18}$$

Questa dipende non solo dal valore dell'errore associato alla misura (σ), ma anche dall'ampiezza dello scattering multiplo e quindi dall'energia dell'elettrone. A questo punto è possibile calcolare il parametro χ^2 :

$$\chi^2_k = r^T_k R^{-1}_k r_k \tag{4.19}$$

Ad ogni fit si puo' quindi associare un chi quadro totale, che ne misura la qualità, uguale alla somma dei χ^2_k di ogni piano.

4.3 La ricostruzione degli eventi con il Kalman filter

Come già spiegato nel paragrafo 4.1 il processo di ricostruzione di un evento generato da un fotone gamma nel tracciatore di AGILE è articolato in tre fasi, la ricerca delle tracce, il fit di queste e la loro combinazione per la determinazione della direzione del fotone. Sfruttando la tecnica del Kalman filter è possibile sia ricercare le tracce lasciate dal passaggio della coppia e^+e^- sia effettuarne il fit. La ricerca delle tracce può essere fatta in modo del tutto naturale con il Kalman filter attraverso i processi di prediction e filtering usati in modo iterativo. Se infatti su di un piano si ha una stima delle coordinate (posizione e inclinazione) di una traccia, è possibile calcolare il suo prolungamento sul piano successivo (prediction) e, per ogni misura presente, stimare la probabilità che essa appartenga alla traccia, basandosi sul chi quadro del residuo relativo.
Non esiste un unico modo per utilizzare queste informazioni, inoltre è necessario trovare un criterio secondo il quale inizializzare le tracce sul primo piano.
La tecnica adottata consiste nella scelta di tutte le possibili combinazioni iniziali tra le misure sul primo piano e quelle sul secondo piano. Si avranno quindi n x m (con n e m numero di hits sul primo e secondo piano) tracce alle quali vengono aggiunte (dal terzo piano in poi) le misure sottostanti scegliendo su ogni piano

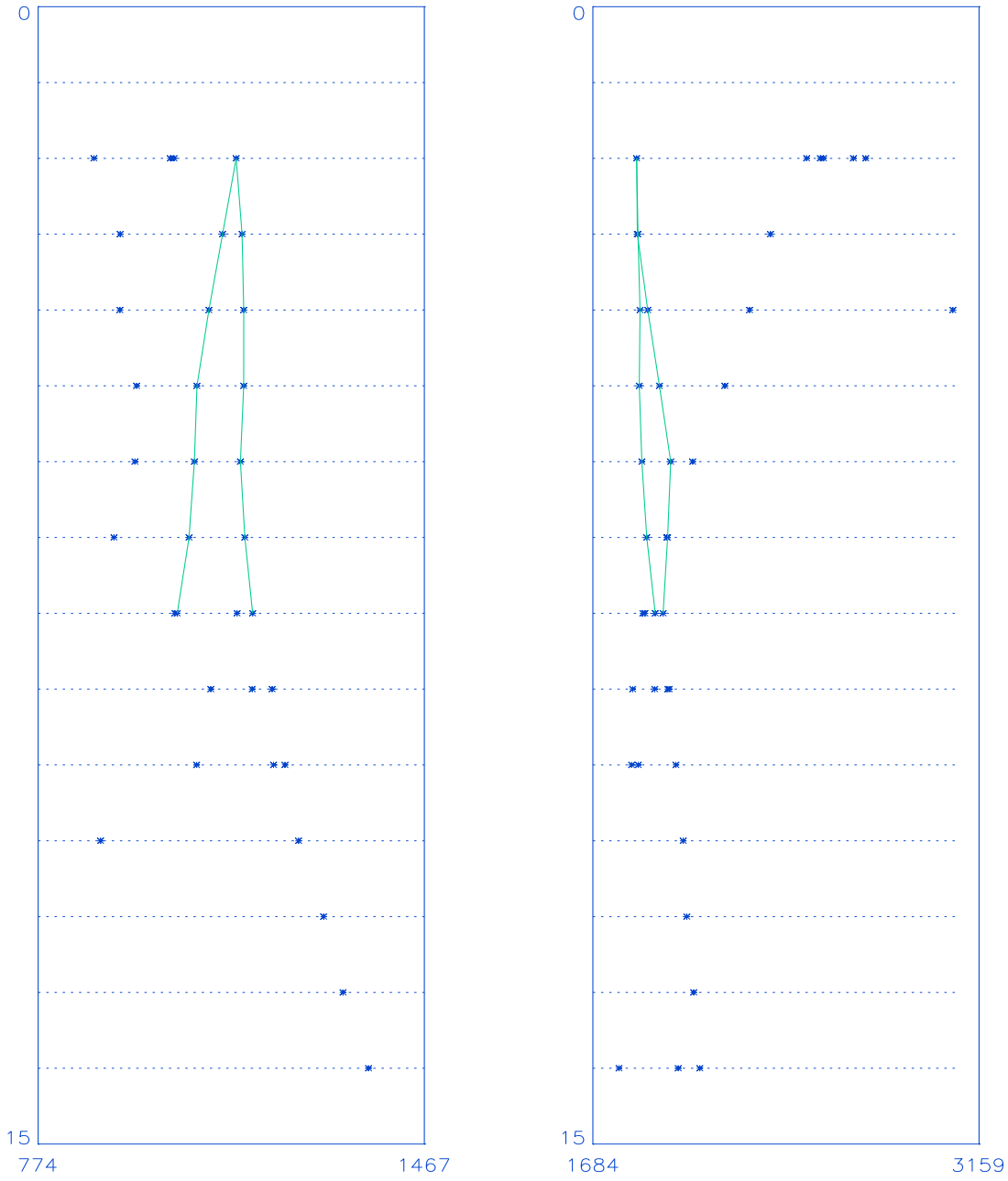

Figura 4.5: La proiezione X e la proiezione Y dello stesso evento di fig. 4.2. Le tracce lasciate dalla coppia e^+e^- sono state trovate con il metodo basato sul Kalman filter

quella con maggiore probabilità di essere parte della traccia. Ogni volta che una misura viene aggiunta, attraverso il processo di filtering, la traccia viene corretta sulla base dell'informazione aggiunta.
Per ognuna delle tracce provate viene portato a termine il processo di fit (già iniziato con il filtering) attraverso le operazioni di smoothing.
Infine per ognuno dei n x m fit viene calcolato il chi quadro totale, e basandosi su questi vengono scelte le due tracce o, eventualmente, la traccia più probabile.

4.4 Applicazione su dati Montecarlo

I dati ottenuti con simulazioni Montecarlo sono serviti anche per mettere alla prova le tecniche di ricostruzione di tracce. Gli algoritmi descritti nei paragrafi precedenti sono stati applicati a dati relativi ad eventi in asse con energie di 100 MeV e 10 GeV, eventi con angolo di incidenza di 10 gradi ed energie di 50 MeV e 1 GeV ed eventi con un angolo di incidenza tra 0 e 10 gradi con energie (distribuite come E^{-2}) tra 400 MeV e 1 GeV.
Rispetto ad altre tecniche di ricostruzione, il Kalman Filter ha due peculiarità. La prima è che gli algoritmi basati sul Kalman filter sono in grado di trattare *tutti* gli eventi permettendo di fare una selezione *a posteriori*, sulla base del χ^2 associato ad ogni fit. Si possono in questo modo scartare gli eventi che si ritengono essere eccessivamente affetti da errore.
La seconda peculiarità consiste nel fatto che occorre assegnare a priori un valore dell'energia per trattare correttamente lo scattering multiplo. Migliore è la conoscenza dell'energia e più accurati risultano i valori ottenuti. Questo aspetto costituisce purtroppo un limite all'applicabilità della tecnica, non essendo in pratica possibile conoscere con estrema precisione l'energia di ogni singola traccia. È possibile però ottenere buoni risultati pur conoscendo solo in modo approssimato l'energia. Per modellizzare questa incertezza si è deciso di dividere gli eventi in tre classi di energia (alta, media e bassa) per ognuna delle quali agli elettroni viene

assegnata la stessa energia E_e (vedi tabella 4.1).

Tabella 4.1: I set di dati usati

Sigla	50_{10}	100_0	$400-1000_{0-10}$	1000_{10}	10000_0
Energia	50 MeV	100 MeV	0.4-1 GeV	1 GeV	10 GeV
Theta	10°	0°	0° – 10°	10°	0°
Phi	70°	-	0° – 360°	70°	-
N. di eventi	915	488	809	1148	235
Efficienza 2PR	34.8%	52.7%	67.6%	73.6%	73.6%
Classe di energia	Bassa		Media		Alta
E_e	30 MeV		300 MeV		2 GeV

I risultati ottenuti e il confronto con altri metodi di ricostruzione (per esempio il metodo "a due piani") dimostrano le potenzialità del Kalman Filter in questo genere di problemi, sia in termini di risoluzione angolare sia in termini di efficienza.

4.4.1 Confronto con il metodo "a due piani"

Un semplice metodo che è possibile adottare per ricostruire la direzione di un fotone consiste nel considerare i depositi di carica misurati solo sui primi due piani di interazione (da qui il nome del metodo). Come primo passo occorre selezionare gli eventi che presentano per ogni proiezione non più di un deposito di energia sul primo piano e non più di due sul secondo piano. Le direzioni iniziali degli elettroni su una vista sono ottenute semplicemente come la congiungente delle misure sui piani. Infine l'associazione tra le proiezioni x e y delle tracce è fatta arbitrariamente.

Il pregio di questo metodo, oltre alla sua semplicità, sta ne fatto che, utilizzando solo i primi due piani, è possibile ignorare l'effetto dello scattering multiplo. I difetti principali sono la bassa efficienza (soprattutto per le basse energie) e la limitata risoluzione intrinseca non trascurabile per alte energie. Nonostante ciò questo metodo permette di ottenere delle buone prestazioni (se confrontate in

tyermini di risoluzione angolare, per esempio, con quelle di EGRET) grazie soprattutto alla notevole risoluzione spaziale del tracciatore di AGILE. Si è deciso di confrontare i risultati ottenuti con il Kalman filter con quelli relativi al metodo a due piani per dimostrare quanto un metodo che sappia sfruttare adeguatamente le informazioni provenienti da più piani possa ottimizzare le prestazioni dello strumento.

Una prima differenza tra i due metodi sta nell'efficienza, infatti ogni metodo che sfrutti solo due piani può trattare solo un sottoinsieme di eventi che abbiano una particolare configurazione (un solo deposito sul primo piano e non più di due sul secondo). L'efficienza del 2PR è riportata in tabella 4.1. Per rendere omogeneo il confronto sulla risoluzione angolare si è deciso quindi di usare per entrambi i metodi lo stesso sottoinsieme di eventi. Per visualizzare la precisione con la quale i due metodi ricostruiscono le direzioni dei fotoni analizzati, sono riportate in seguito le curve che mostrano la percentuale di direzioni ricostruite entro una data separazione angolare dalla direzione vera, in funzione di questa separazione. Questa curva è nota con il nome di *Point Spread Function* o *PSF*, la separazione per la quale la PSF assume il valore 0.68 corrisponde al raggio di contenimento del 68%.

Come è già stato detto il processo di filtering-smoothing è in grado di produrre un fit sfruttando tutte le informazioni (cioè le misure) presenti. L'influenza che queste misure hanno nella determinazione dello stato del sistema su un dato piano è inversamente proporzionale all'ampiezza dello scattering multiplo (vedi paragrafo 4.4.3). Per questo motivo i fit ottenuti per eventi a basse energie (e quindi più affetti da S.M.) sono solo di poco migliori di quelli ottenuti sfruttando solo i primi due piani colpiti. I risultati mostrati in figura 4.6 sono relativi agli eventi 50_{10} e 100_0.

Per energie medie il Kalman filter mostra una maggiore precisione nella ricostruzione della direzione del fotone incidente su ogni singolo evento. Questo è dovuto principalmente all'utilizzo delle informazioni presenti su più di due piani (in linea di principio tutti quelli disponibili) e alla capacità di scegliere se accettare due tracce

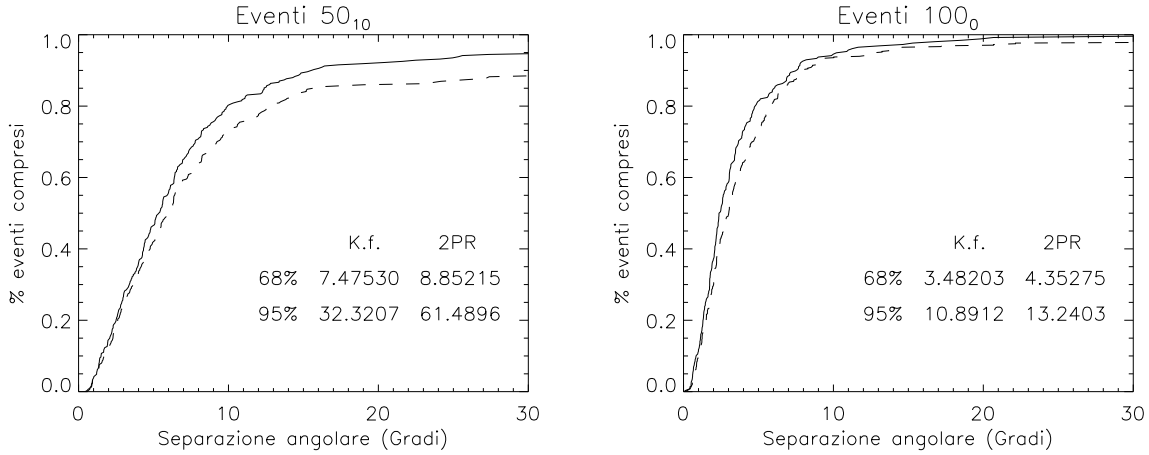

Figura 4.6: PSF ottenuta con il Kalman filter (KF) e con il metodo a due piani (2PR, tratteggiato) per energie basse.

o una sola. I valori ottenuti per gli eventi $400 - 1000_{0-10}$ e 1000_{10} sono riportati in figura 4.7.

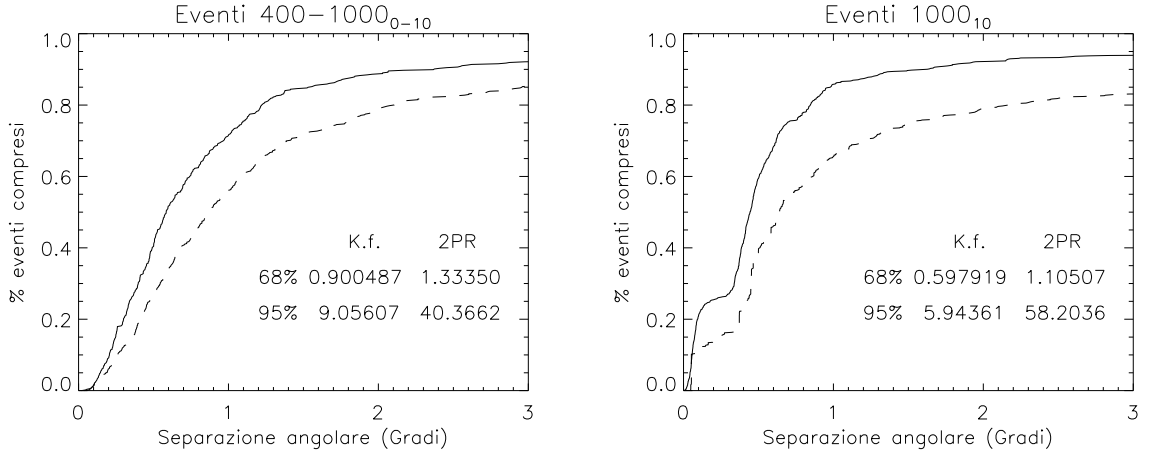

Figura 4.7: PSF ottenuta con il Kalman filter (KF) e con il metodo a due piani (2PR, tratteggiato) per energie medie.

Per energie alte infine si nota un ulteriore miglioramento in termini di PSF. A queste energie l'utilizzo di misure su molti piani, permette di sfruttare appieno l'elevata risoluzione spaziale del tracciatore di AGILE. Per i fotoni 10000_0 si ottiene la PSF mostrata in figura 4.8

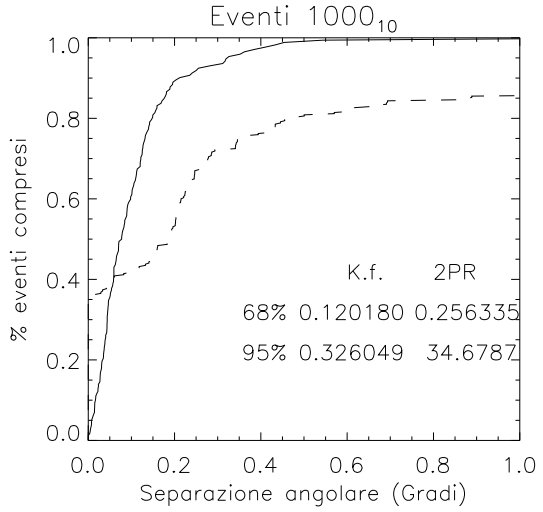

Figura 4.8: PSF ottenuta con il Kalman filter (KF) e con il metodo a due piani (2PR, tratteggiato) per energie alte.

4.4.2 PSF ed Efficienza

Per rendere possibile il confronto sulla PSF nei calcoli precedenti sono stati utilizzati solo gli eventi trattabili dal metodo a due piani.

Tabella 4.2: Raggio di contenimento 68% ottenuto accettando circa il 70% degli eventi

	$\theta = 0$	$\theta = 0 - 10$	$\theta = 10$
50 MeV			7.5
100 MeV	3.6		
400 MeV-1 GeV		0.80	
1 GeV			0.55
10 GeV	0.090		

Il metodo basato sui Kalman filters puo' invece trattare il 100 % degli eventi, e per ognuno di essi dare una stima sulla bontà del fit attraverso il suo χ^2. E' quindi possibile decidere in seguito quanti eventi salvare per ottimizzare il rapporto efficienza / risoluzione angolare.

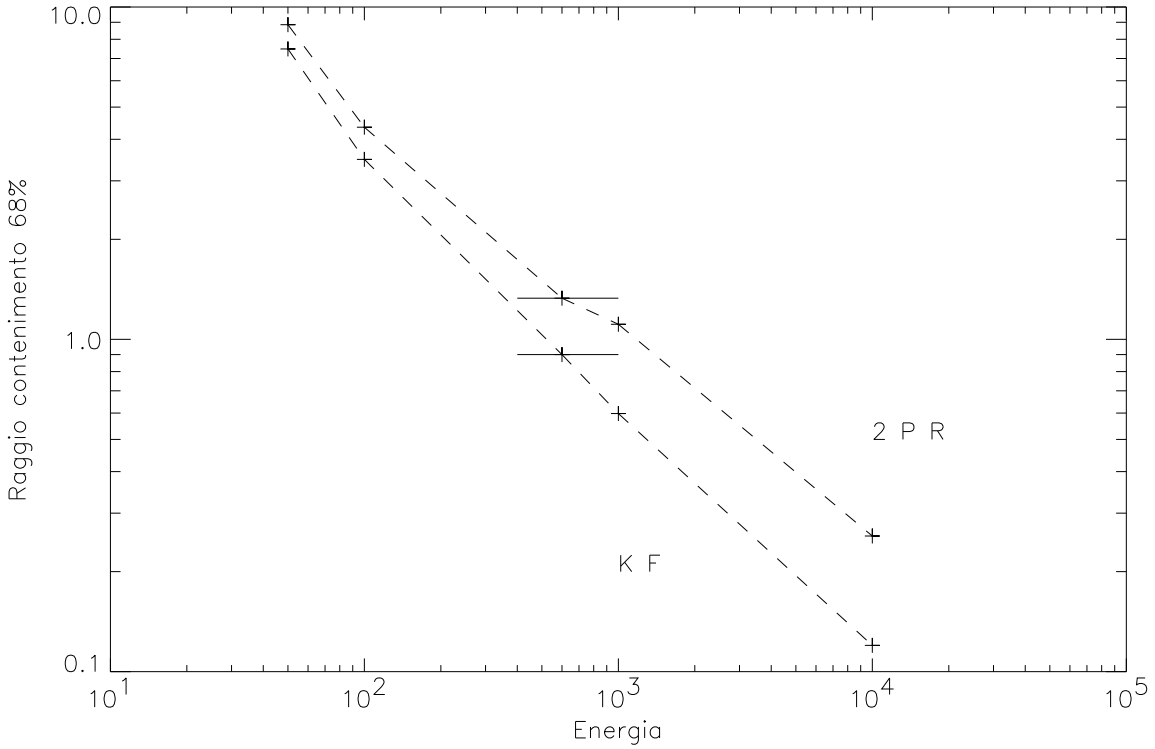

Figura 4.9: Confronto tra i raggi di contenimento 68% ottenuti con il Kalman filter (KF) e con il metodo a due piani (2PR). Il confronto è stato fatto usando gli stessi eventi.

Nella figura 4.11 è mostrata la variazione del raggio di contenimento del 68 % al variare della percentuale di eventi accettati. Si deve notare che per la natura stessa di questo confronto i valori relativi a piccole percentuali sono affetti da errori statistici maggiori a causa del minore numero di eventi trattati. Per confronto la linea tratteggiata indica l'efficienza del 2PR. Si noti che i valori trovati con la tecnica del Kalman Filter del paragrafo precedente non giacciono su queste curve, questo perchè gli eventi studiati erano quelli utilizzabili dal 2PR e non scelti in base al χ^2.
Come esempio nella tabella 4.2 e nella figura 4.10 sono mostrati i valori di tale raggio quando si decida di accettare circa il 70% degli eventi.

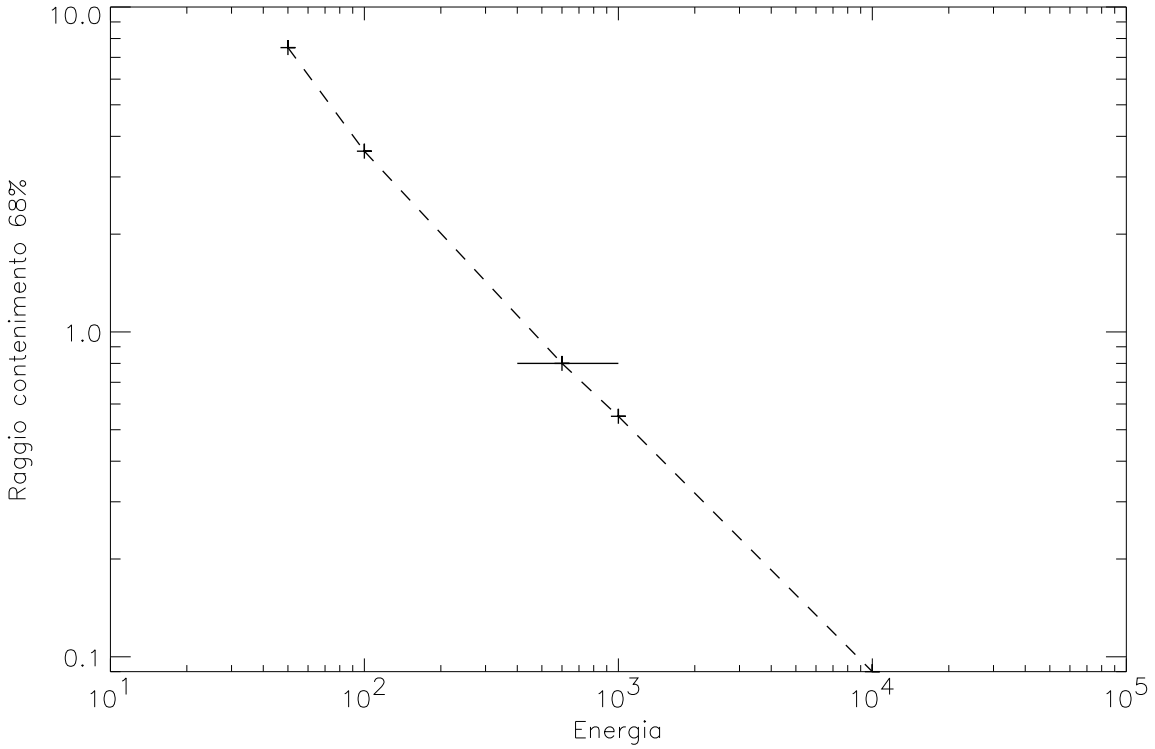

Figura 4.10: Raggio di contenimento 68% ottenuto accettando circa il 70% degli eventi

4.4.3 Dipendenza dall'energia

Come è già stato detto, il calcolo basato sul Kalman filter richiede una stima dell'energia degli elettroni di cui si cerca di ricostruire la traiettoria.
Essa entra in gioco infatti nella matricie Q che descrive l'entità dello scattering subito dall'elettrone generato, attraverso il parametro θ_0 definito nella eq. 3.15.
Il peso attribuito nel fit alle misure dei vari piani dipende quindi dall'energia. Nel limite di bassa energia, la traiettoria dell'elettrone tende a essere dominata dallo scattering multiplo. Ciò equivale a dire che l'errore (σ) associato alle misure prese sui vari piani tende a essere molto più piccolo rispetto alla deviazione che l'elettrone subisce ($\sigma << \theta_0 d$). In questo caso la traiettoria ricostruita tende a coincidere con una spezzata che unisce le misure prese e la direzione iniziale

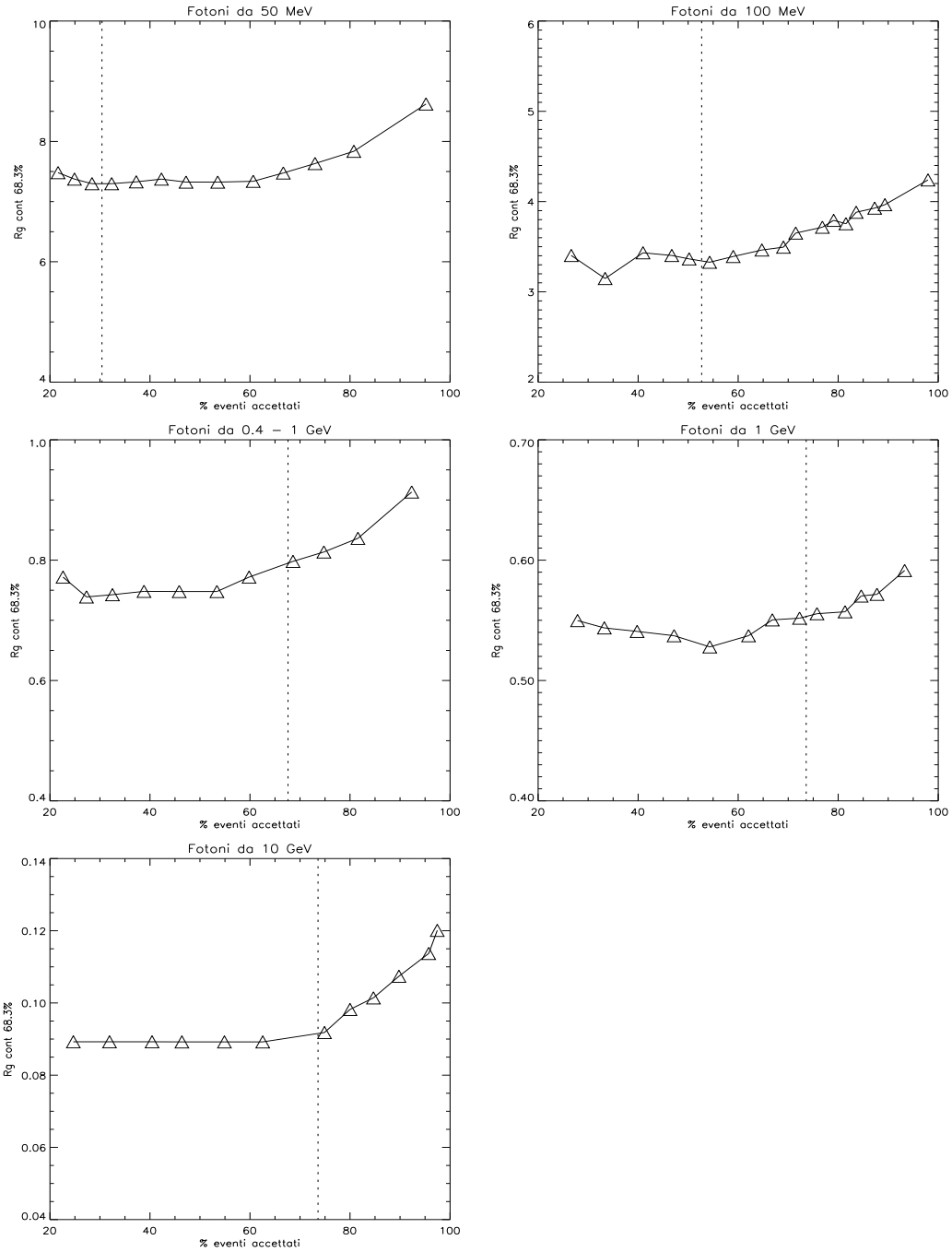

Figura 4.11: Raggio di contenimento 68% (in gradi) al variare della percentuale di eventi accettati

dell'elettrone viene determinata solo dai primi due punti. In queste condizioni le direzioni iniziali ricavate con il Kalman filter coincide con quelle date dal metodo a due piani, anche se la ricerca delle tracce più probabili rimane diversa. Sottovalutare l'energia di un fotone equivale quindi a sottovalutare la precisione ottenibile nel calcolo della direzione incidente.
Al contrario, se l'energia usata è elevata ($\theta_0 d << \sigma$) lo scattering può essere ignorato e ogni misura può essere pesata in egual modo. In questo caso la traiettoria ricostruita tende ad essere una retta e l'intero fit è equivalente al usuale metodo dei minimi quadrati. Se un fotone di bassa energia viene trattato in questo modo l'errore sulla direzione ricavata può essere significativo.
Nel caso più generale la conoscenza dell'energia permette di combinare in modo statisticamente corretto le misure. Infine bisogna notare che anche il χ^2 della traccia dipende dall'energia; una traiettoria che risulta probabile ad una energia può ovviamente non esserlo ad un'altra.
Per studiare la dipendenza dei risultati da questo parametro si è provato a calcolare il raggio di contenimento del 68% usando come energie 30 MeV, 300 MeV e 2 GeV, cioè le energie corrispondenti alle classi di energia bassa media e alta nelle quali erano stati divisi gli eventi. Per ognuno dei gruppi di eventi, il risultato, è mostrato in figura 4.12. Il raggio di contenimento si riferisce al 100% di eventi. Come ci si aspettava la precisione nella ricostruzione peggiora se l'energia associata agli elettroni è molto diversa da quella vera.

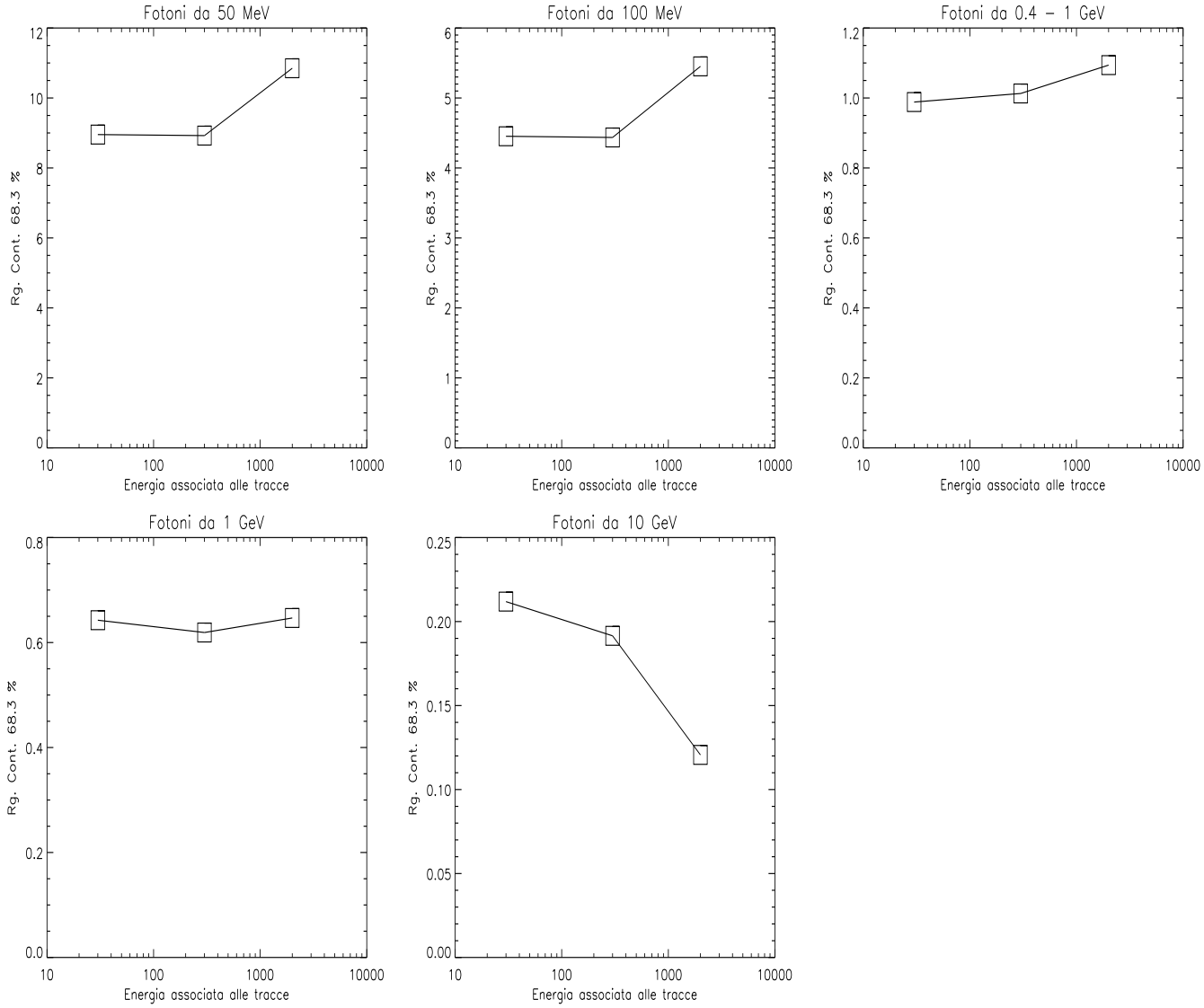

Figura 4.12: Dipendenza dall'energia del Raggio di contenimento 68%

Capitolo 5

Implementazione del Kalman Filter

5.1 Ricostruzione dell'energia

Come descritto nel capitolo precedente, la precisione ottenibile con la tecnica del Kalman filter nella ricostruzione delle tracce dipende dalla buona conoscenza dell'energia della particella che le ha generate. É quindi fondamentale affiancare alle tecniche di ricostruzione delle tracce una misura dell'energia. A questo fine sará posto sotto al tracciatore di AGILE un minicalorimetro in grado di misurare i depositi di energia delle particelle che lo attraversano.
É possibile peró stimare l'energia anche dall'aspetto stesso delle tracce. Infatti quando un elettrone attraversa uno spessore di materiale subisce dello scattering per interazione con i nuclei degli atomi del materiale stesso, in misura tanto maggiore quanto minore é la sua energia. La deviazione complessiva subita dall'elettrone a causa del materiale ha una distribuzione approssimativamente gaussiana (vedi par. 3.3.2). La proiezione di questa deviazione in una vista dello strumento ha ancora una distribuzione gaussiana, con una deviazione standard :

$$\theta_{rms} = \frac{13.6}{E_e[MeV]}\sqrt{\frac{z}{X_0}}\left(1 + 0.038 \ln\frac{z}{X_0}\right) \simeq \frac{3.24}{E_e\,[MeV]}\ rad \qquad (5.1)$$

Una volta fissati z e X_0, cioé per uno spessore e per un tipo di materiale fissati, la (5.1) dipende solo dall'energia della particella.

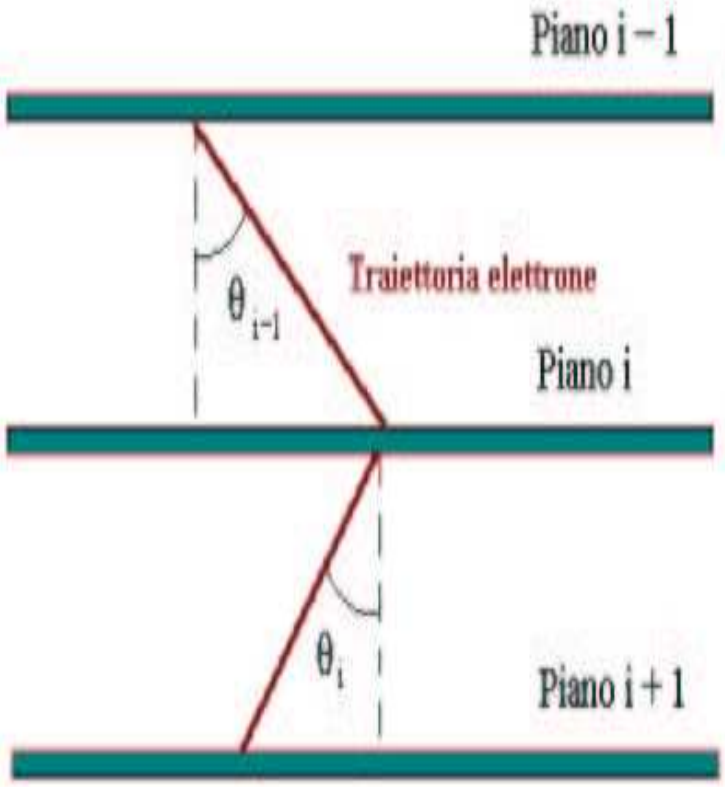

Figura 5.1: Definizione degli angoli che descrivono le inclinazioni delle traiettorie dei due elettroni.

La tecnica che permette di stimare l'energia delle tracce si basa proprio su questa caratteristica. Presa una traccia si puó infatti misurare facilmente le deviazioni della traiettoria che l'elettrone subisce su ogni piano. L'energia si ricava ponendo θ_0 uguale alla radice quadratica media (rms) di queste deviazioni e invertendo la (5.1):

$$E_e \simeq \frac{3.24\ [MeV\ rad]}{\theta_{rms}} \tag{5.2}$$

in cui

$$\theta_{rms} = \frac{\sum (\theta_k - \theta_{k-1})^2}{N} \tag{5.3}$$

dove θ_k rappresenta l'inclinazione della traiettoria della particella uscente dal piano k e N il numero di piani colpiti. Uno dei limiti di questa tecnica sta nel piccolo numero di deviazioni misurabili in una traccia, che per N piani colpiti vale N-2.

5.1.1 Misura dell'energia unita al Kalman filter

Un semplice metodo per ottenere θ_k consiste nel porre:

$$\theta_k = \arctan \frac{m_{k+1} - m_k}{d} \tag{5.4}$$

dove m_k é la coordinata della misura del passaggio dell'elettrone presa al piano kesimo e d la distanza tra due piani. Le misure m_k peró sono affette da un'incertezza che deteriora ulteriormente la misura dello scattering multiplo e quindi dell'energia, in particolare quando gli angoli di scattering producono deviazioni comparabili o minori di queste incertezze.
Se la traccia viene 'fittata' con un Kalman filter si possono ottenere i θ_k in modo immediato, infatti il risultato del fit é una successione di vettori p_k della forma:

$$p_k = \begin{pmatrix} x_k \\ \tan\theta_k \end{pmatrix} \tag{5.5}$$

dove l'arcotangente del secondo elemento di ogni vettore corrisponde alla quantitá cercata. La precisione dei valori del 'fit' ottenuto dipende dalla precisione del

valore dell'energia, é necessario quindi affrontare il problema in modo iterativo. Partendo con un energia arbitraria si puó effettuare un fit basato sul Kalman filter, con i valori ottenuti da questo si puó valutare un energia da usare per un secondo fit, iterando il processo finché il valore dell'energia non converga. Cosí facendo si ottiene un metodo di ricostruzione delle tracce basato sul Kalman filter ma indipendente dall'energia.

5.2 Ricostruzione tridimensionale delle tracce

Il tracciatore fornisce informazioni relative alla proiezione XZ e alla proiezione YZ disaccopiate tra loro. Si possono cioé ricostruire le due proiezioni in ogni vista delle tracce lasciate dalla coppia di elettroni, ma non esiste un'informazione su come associare le proiezioni tra loro. Questo puó causare un errore nella ricostruzione della direzione di arrivo del fotone (vedi cap. 6). Quindi diventa importante cercare un metodo che permetta di riconoscere le proiezioni lasciate nelle due viste dalla stessa particella.
I due eletroni secondari prendono, nella maggior parte dei casi, una frazione diversa di energia del fotone che li ha generati. Grazie all'informazione sull'energia si ha quindi un metodo per distinguere quale proiezione é relativa alla traccia piú energetica e quale alla meno. Si possono cosi associare le tracce della proiezione XZ a quelle nella proiezione YZ per creare due tracce finalmente tridimensionali.

5.2.1 Bisettrice pesata

Non conoscendo l'energia dei due elettroni prodotti, la direzione del fotone viene approssimata con la bisettrice delle due tracce. In realtá l'angolo che separa l'elettrone dalla direzione originaria del fotone dipende da piú fattori, fra i quali la frazione di quantità di moto acquistata dal nucleo che interviene nella reazione. Tuttavia l'angolo di emissione di un elettrone ha, in prima approssimazione, una distribuzione con un angolo quadratico medio inversamente proporzionale

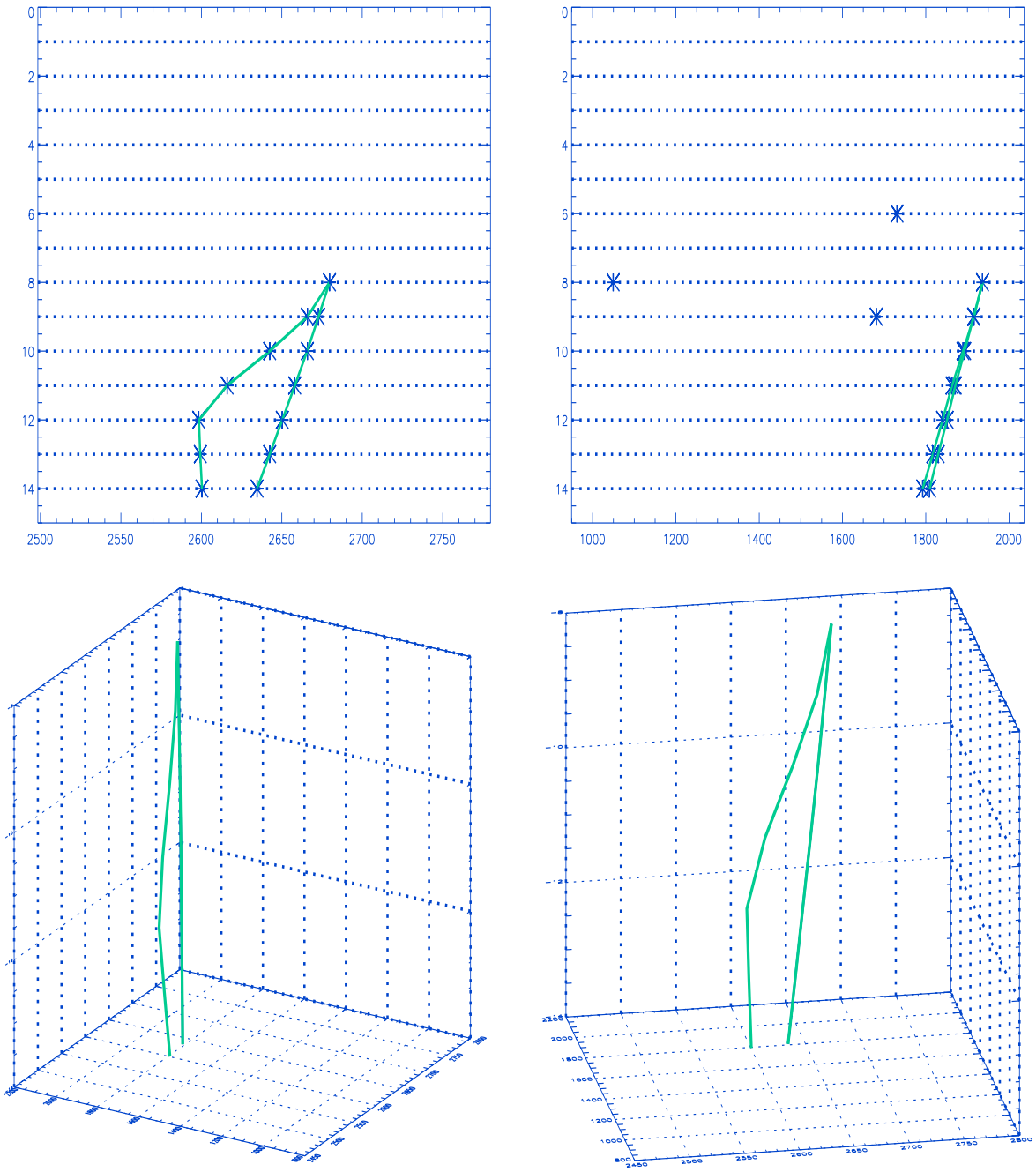

Figura 5.2: Ricostruzione tridimensionale di evento generato da un fotone di 1 GeV (Simulazione Montecarlo).

al quadrato della frazione di energia presa (vedi eq. (3.7) e fig. 3.6). Sfruttando questa relazione é possibile ricostruire con maggiore precisione la direzione del fotone pesando le direzioni dei due elettroni in base alla loro energia. Un metodo possibile é quello di porre :

$$\mathbf{g} = E_+^2 \mathbf{v}_+ + E_-^2 \mathbf{v}_- \tag{5.6}$$

dove $\mathbf{g}$ é la direzione del fotone e $\mathbf{v}_+$, $\mathbf{v}_-$ i versori che definiscono le direzioni iniziali dei due elettroni.

5.2.2 La selezione degli eventi

Nel paragrafo 4.2.3 è stato definito il χ^2 associabile ad un "fit" ottenuto con il Kalman filter. Questa quantità è tanto maggiore quanto maggiore sono i residui della traiettoria, cioè le distanze tra i valori centrali delle misure e le posizioni in cui, secondo la ricostruzione, è passata la particella (vedi equazione 4.17). Tale χ^2 però dipende anche dall'energia che si suppone associata all'elettrone del quale si ricostruisce la traiettoria. Infatti, attraverso l'equazione 4.19 i residui sono misurati dalla matrice R_k che tiene conto sia dell'imprecisione spaziale delle misure sia dell'effetto del multiplo scattering multiplo.
Il χ^2 è quindi legato alla probabilità che la traccia ricostruita sia stata generata da un elettrone con l'energia usata per il "fit". Se si ritiene valida la stima usata per l'energia, il χ^2 può essere usato per rigettare tracce fittizie, cioè formate da un casuale congiungimento di punti. In particolare per ogni traccia si hanno a disposizione due tracce ricostruite, quella relativa alla proiezione nel piano XZ e quella relativa alla proiezione YZ, a cui corrispondono due χ^2. Il metodo usato per selezionare gli eventi buoni accetta solo tracce che abbiano in entrambe le viste un χ^2 minore di una quantità, χ_{cut}, che può essere scelta opportunamente in modo da ottimizzare i risultati.

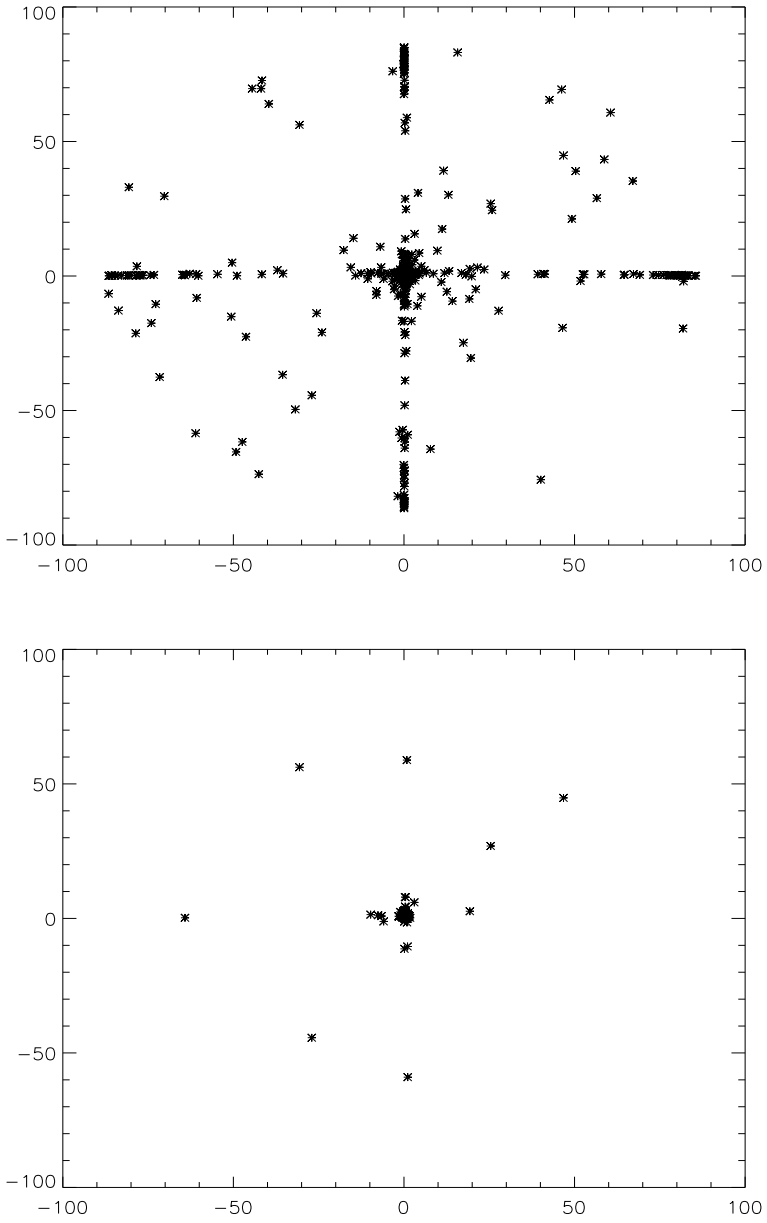

Figura 5.3: Due immagini relative a un fascio di fotoni da 10 GeV in asse. Nel primo caso sono stati accettati tutti gli eventi, nel secondo caso è stato fatto un taglio sul χ^2. Entro un grado dalla direzione vera sono contenuti l'88% dei fotoni nel primo caso e il 98% nel secondo. Gli angoli riportati sugli assi sono in gradi.

5.3 PSF ed efficienza

Di seguito sono riportati i valori ottenuti per la Point Spread Function applicando la tecnica descritta. Dagli eventi trattati sono stati scartati quelli con un chi quadro grande in modo da ottenere buoni valori di risoluzione angolare, senza ridurre di molto l'efficienza.

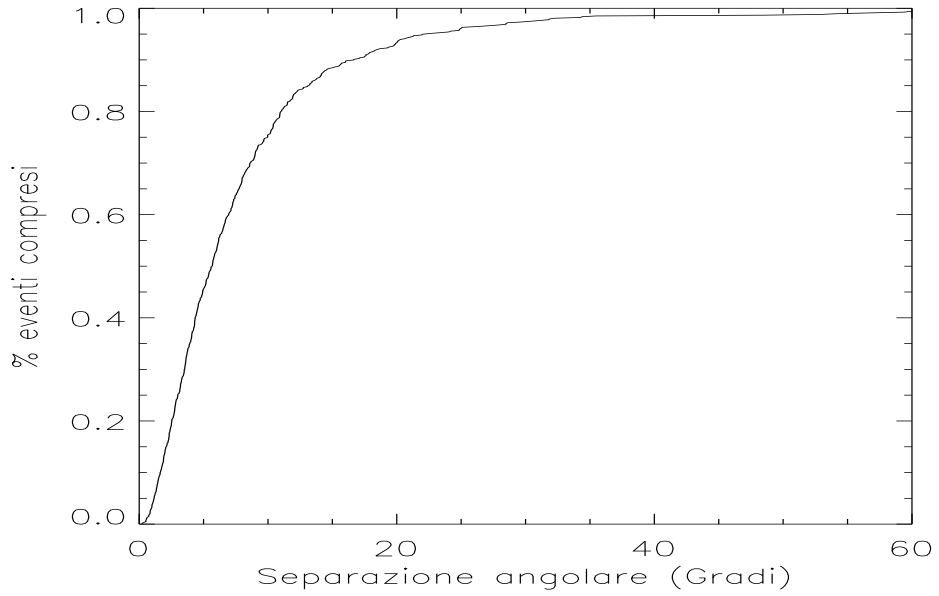

Figura 5.4: Point Spread Function per fotoni da 50 MeV.

La differenza, rispetto ai valori presentati nel capitolo precedente, dipende principalmente dal fatto che l'energia usata come riferimento per il fit, viene trovata dall'algoritmo stesso, e perció in alcuni casi risulta essere sbagliata (vedi paragrafo successivo).
Nella tabella 5.1 sono riportati i valori del raggio di contenimento del 68% per gli stessi gruppi di fotoni descritti nella tabella 4.1.
L'efficienza di questa tecnica dipende anch'essa dall'energia dei fotoni studiati ed é mostrata tra parentesi nella stessa tabella 5.1.

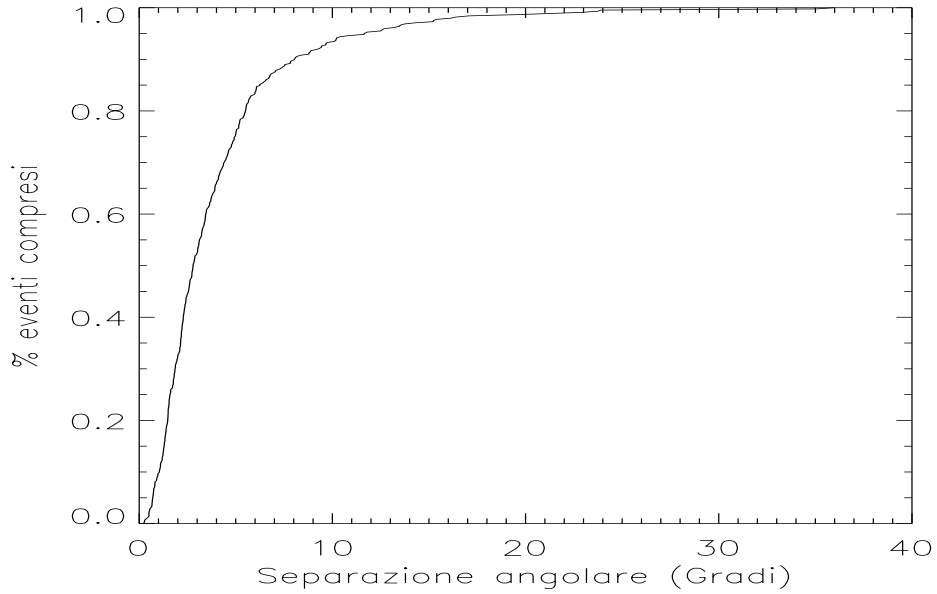

Figura 5.5: Point Spread Function per fotoni da 100 MeV.

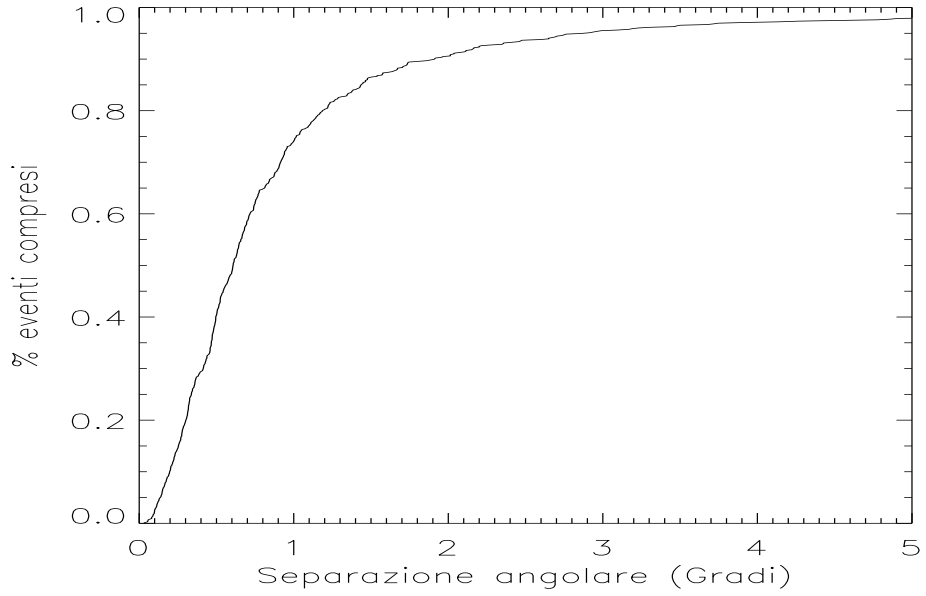

Figura 5.6: Point Spread Function per fotoni con energia compresa tra 400 MeV e 1 GeV.

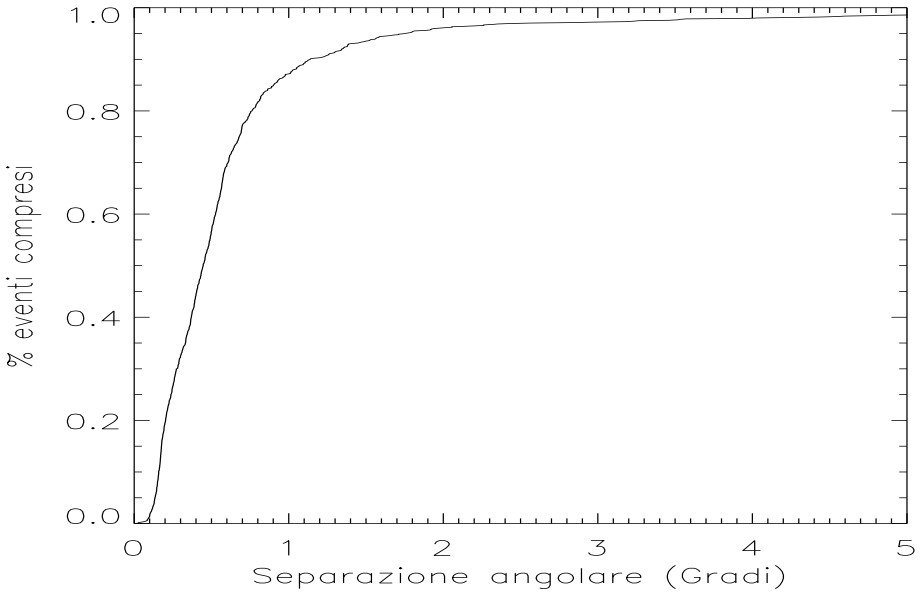

Figura 5.7: Point Spread Function per fotoni da 1 GeV.

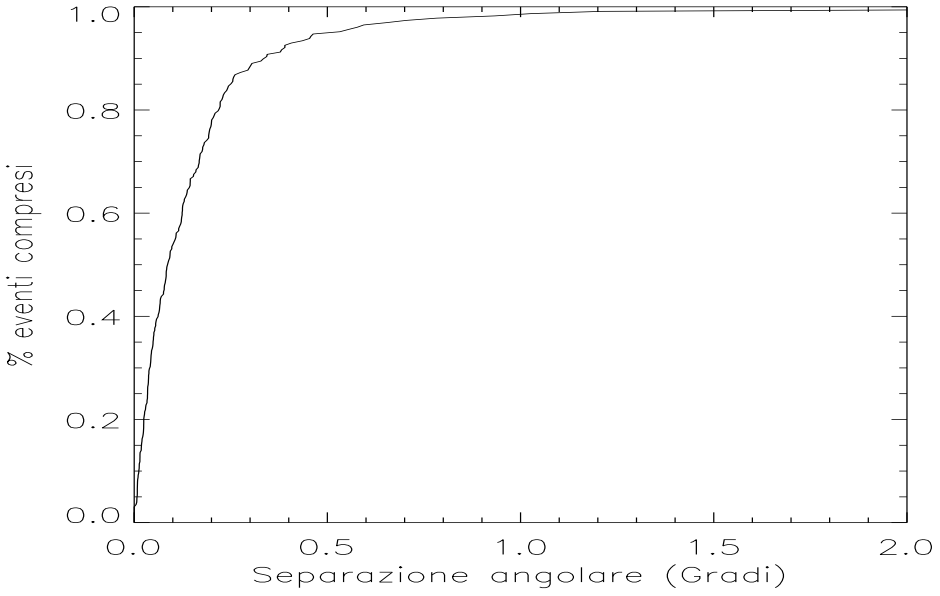

Figura 5.8: Point Spread Function per fotoni da 10 GeV.

Tabella 5.1: Raggio di contenimento 68% ottenuto applicando il metodo descritto in questo capitolo. Tra parentesi è mostrata l'efficienza.

	$\theta = 0$	$\theta = 0 - 10$	$\theta = 10$
50 MeV			8.3 (74%)
100 MeV	4.2 (91%)		
400 MeV-1 GeV		0.89 (94%)	
1 GeV			0.58 (95%)
10 GeV	0.16 (97%)		

5.4 Risoluzione energetica

Oltre a migliorare la ricostruzione delle tracce, la stima dell'energia degli elettroni fornisce immediatamente anche una misura dell'energia del fotone primario, poichè l'energia presa dal nucleo che induce la materializzazione é una frazione trascurabile dell'energia totale. Le stime di energia dei fotoni sono state quindi ottenute usando la somma delle energie calcolate per le tracce.

Va notato che per stimare correttamente l'energia degli elettroni, e quindi quella dei fotoni, occorre tenere conto della perdita di energia degli elettroni (cfr paragrafo 3.3.1). L'energia ottenuta con sfruttando il multiplo scattering va quindi corretta in base all'equazione 3.11.

Gli istogrammi che seguono mostrano la distribuzione delle energie ricostruite per i vari gruppi di fotoni.

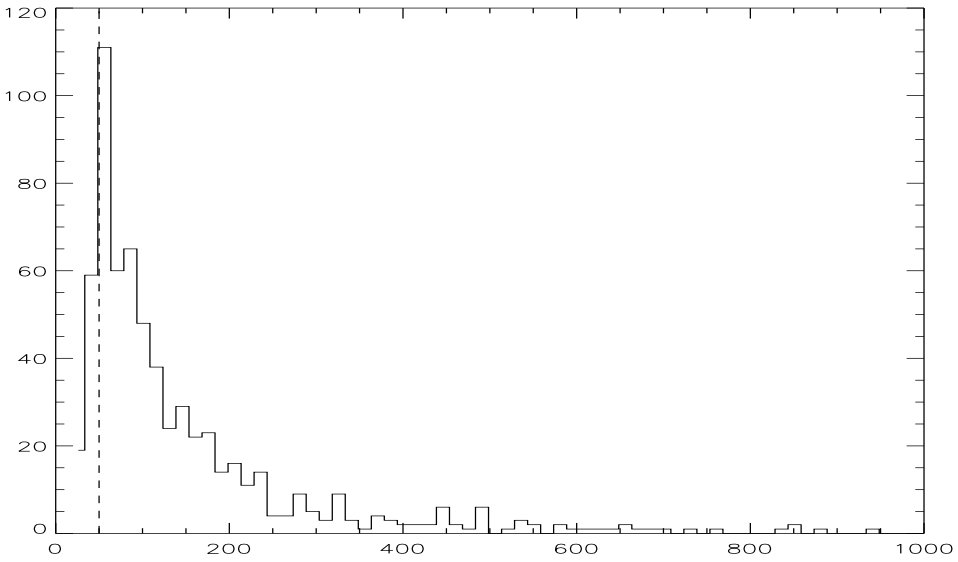

Figura 5.9: Energia ricostruita (in MeV) per fotoni da 50 MeV.

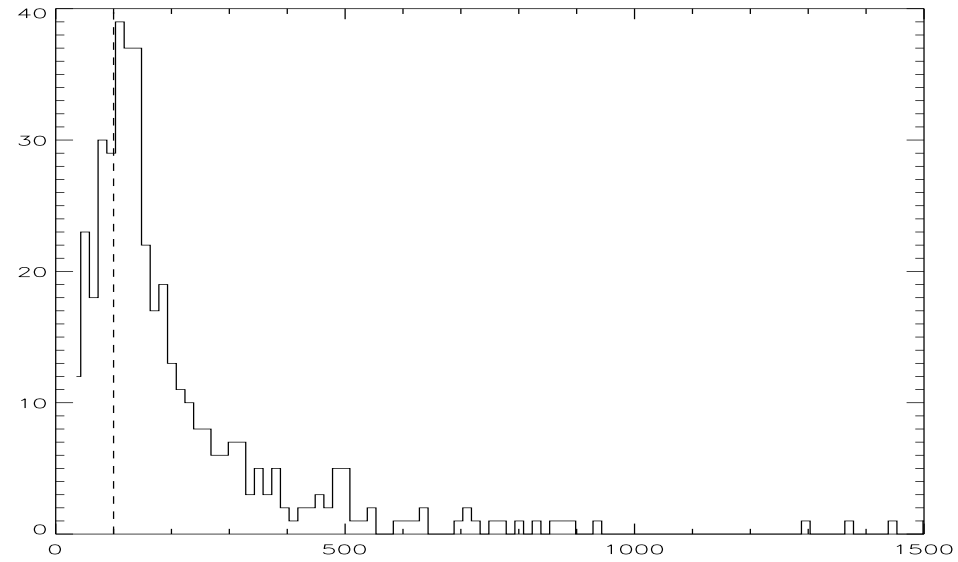

Figura 5.10: Energia ricostruita (in MeV) per fotoni da 100 MeV.

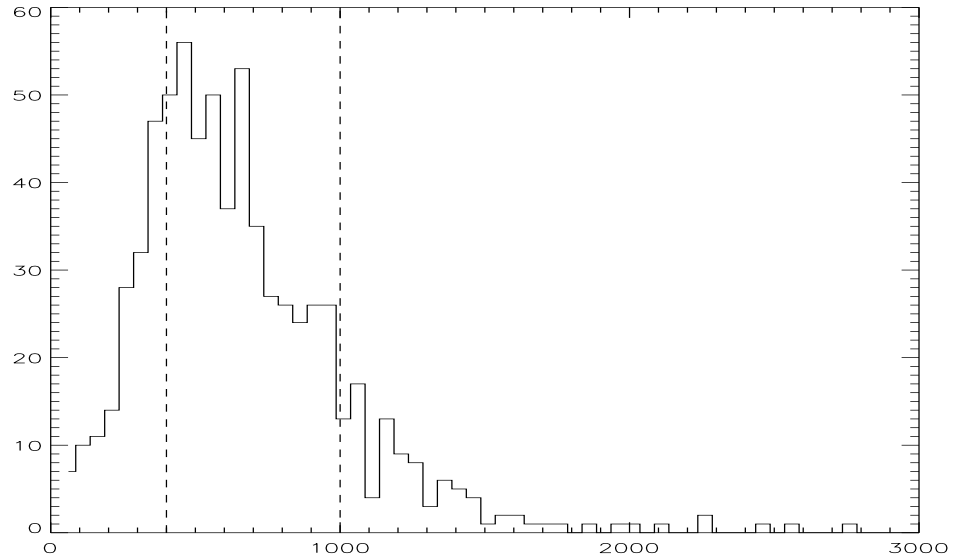

Figura 5.11: Energia ricostruita (in MeV) per fotoni con energia compresa tra 400 MeV e 1 GeV.

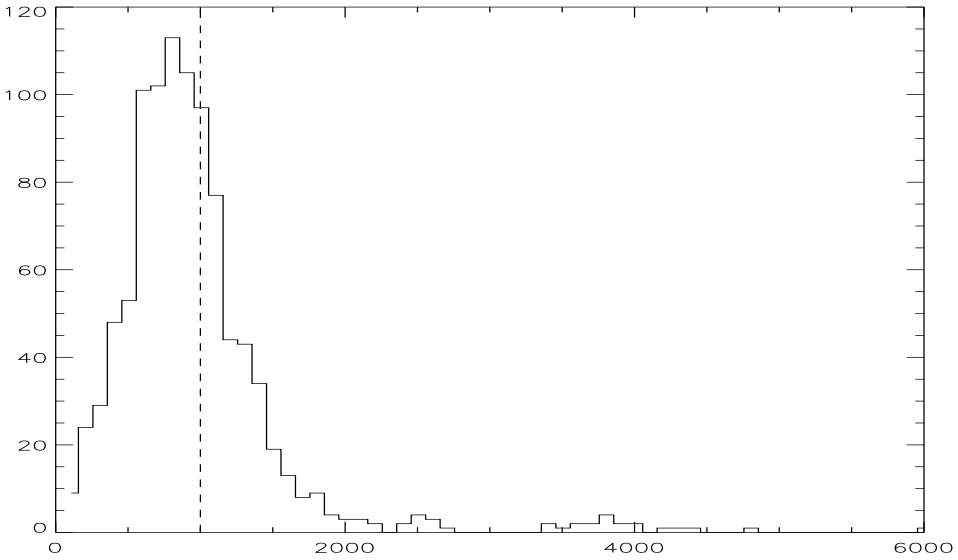

Figura 5.12: Energia ricostruita (in MeV) per fotoni da 1 GeV.

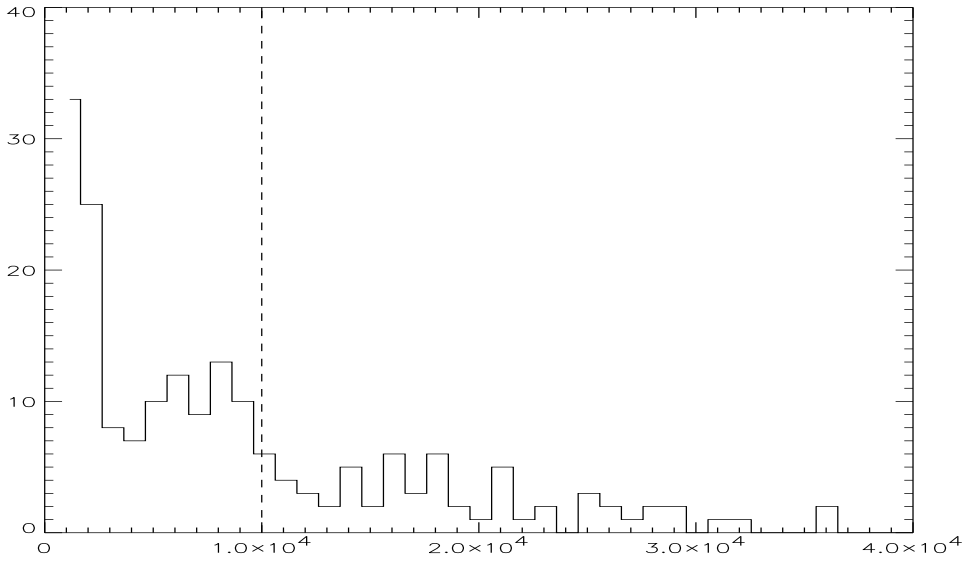

Figura 5.13: Energia ricostruita (in MeV) per fotoni da 10 GeV.

Capitolo 6

Errori nella misura della bisettrice

Le misure fornite dallo strumento dopo la produzione di una coppia e^+e^- sono divise nelle viste X e Y in modo indipendente. Questo crea un'ambiguità nell' associazione delle proiezioni, rendendo ardua una sicura ricostruzione tridimensionale delle tracce. In questo capitolo verranno analizzati gli errori commessi nella ricostruzione della direzione del fotone incidente a causa di questa ambiguità, distinguendo a seconda del metodo usato.
La tecnica usata negli esperimenti precedenti ad AGILE evitava questa ambiguità di associazione lavorando solo sulle proiezioni delle tracce, ma questo, come vedremo, portava ad errori tracurabili a causa della limitata risoluzione spaziale di tali esperimenti. Tale tecnica stima le direzioni del fotone separatamente nei piani corrispondenti alle due viste ed unendo poi le due direzioni ottenute. Questo metodo, chiamato "Metodo delle proiezioni", ricostruisce solo in modo approssimato la direzione del fotone incidente.
Il metodo usato da AGILE consisterá invece in una ricostruzione tridimensionale delle direzioni degli elettroni. La precisione di questo metodo dipenderá dalla capacità di associare correttamente le tracce. Nel caso peggiore, quando non esista un metodo per fare questa associazione, si commetterà un errore nel 50% dei casi. In tutta la analisi sucessiva si è assunto che la separazione dalla direzione del

fotone fosse la stessa per i due elettroni, e quindi che la direzione vera del fotone corrispondesse alla bisetrice dell'angolo di apertura della coppia. Questa impostazione semplifica la trattazione e rappresenta il limite massimo degli errori nel caso reale.

6.1 Metodo di analisi

Si prenda un sistema di riferimento solidale con il tracciatore, con origine coincidente con il vertice della coppia e^+e^-, con asse Z parallelo all'asse di Z AGILE e con gli assi X e Y orientati parallelamente ai rispettivi piani X e Y del tracciatore stesso (vedi figura 6.1).

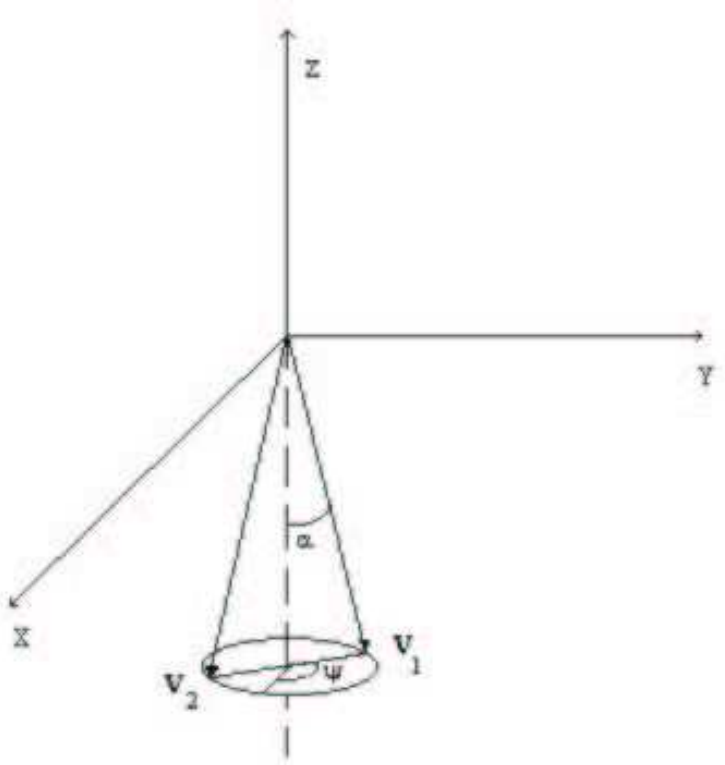

Figura 6.1: Rappresentazione dei vettori che definiscono le direzioni della coppia di elettroni per un fotone in asse.

Se la direzione di arrivo **g** del fotone coincide con l'asse Z è possibile descrivere le

possibili orientazioni della coppia di particelle con una coppia di vettori $\mathbf{V_1}$, $\mathbf{V_2}$ dati da :

$$\mathbf{V_1} = \begin{pmatrix} sin\alpha\, cos\psi \\ sin\alpha\, sin\psi \\ -cos\alpha \end{pmatrix} \quad \mathbf{V_2} = \begin{pmatrix} sin\alpha\, cos(\psi+\pi) \\ sin\alpha\, sin(\psi+\pi) \\ -cos\alpha \end{pmatrix} \tag{6.1}$$

Con α semiapertura della coppia. Variando ψ tra 0 e π si ottengono tutte le possibili orientazioni della coppia per un fissato α.

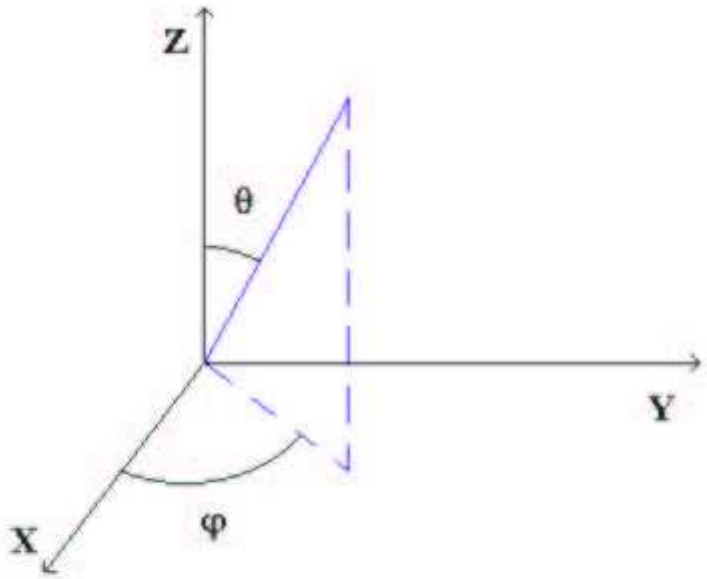

Figura 6.2: Definizione degli angoli θ e ϕ usati nella trattazione.

Se la direzione di arrivo del fotone é una generica direzione **g'** definita dagli angoli θ e ϕ vale :

$$\mathbf{g'} = \mathbf{M_z M_y\, g} \tag{6.2}$$

dove $\mathbf{M_z}$ e $\mathbf{M_y}$ sono le matrici di rotazione intorno agli assi Z e Y :

$$\mathbf{M_y} = \begin{pmatrix} cos\theta & 0 & sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\theta & 0 & cos\theta \end{pmatrix} \quad \mathbf{M_z} = \begin{pmatrix} cos\phi & -sin\phi & 0 \\ sin\phi & cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.3}$$

Quindi la stessa trasformazione applicata ai vettori (6.1) da ancora una coppia con apertura α, la bisettrice delle quali é ora **g'**.

$$\mathbf{V_1} = \begin{pmatrix} cos\phi & -sin\phi & 0 \\ sin\phi & cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos\theta & 0 & sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\theta & 0 & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} sin\alpha\, cos\psi \\ sin\alpha\, sin\psi \\ -cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \tag{6.4}$$

$$\mathbf{V_2} = \begin{pmatrix} cos\phi & -sin\phi & 0 \\ sin\phi & cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos\theta & 0 & sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\theta & 0 & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} sin\alpha\, cos(\psi+\pi) \\ sin\alpha\, sin(\psi+\pi) \\ -cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} \tag{6.5}$$

I punti di intersezione delle traiettorie della coppia di elettroni con il secondo piano del tracciatore si possono trovare facilmente prolungando i vettori $\mathbf{V_1}$ e $\mathbf{V_2}$ su un piano a distanza D dal origine, assumendo quindi D la distanza tra due piani successivi. Le coordinate x e y di tali punti valgono:

$$(x_A, y_A) = \left(-\frac{x_1 D}{z_1}, -\frac{y_1 D}{z_1}\right) \quad (x_B, y_B) = \left(-\frac{x_2 D}{z_2}, -\frac{y_2 D}{z_2}\right) \tag{6.6}$$

Poiché nel tracciatore le informazioni X saranno date indipendentemente dalle informazioni Y, dopo la rivelazione di un evento si disporrà delle coordinate (x_A, x_B) e delle coordinate (y_A, y_B) senza alcuna correlazione tra loro. Questo vale indipendentemente dalla tecnica di fit usata per le tracce, l'unica differenza sta nel fatto

che un metodo "a due piani" userà come coordinate i centroidi delle misure prese sul secondo piano, mentre un metodo a più piani, come il Kalman filter, correggerà la misura in base alle informazioni sui piani successivi. Nei due paragrafi successivi si assumerà di disporre esattamente di (x_A, x_B) e (y_A, y_B), ignorando gli errori di misura. Nel paragrafo 6.4 saranno invece presentati gli effetti causati dalla risoluzione spaziale finita in relazione alla misura della bisettrice delle tracce.

6.2 Metodo delle proiezioni

In questo metodo le proiezioni delle tracce nelle due viste sono trattate indipendentemente. Si *assume* cioè che le proiezioni della bisettrice tridimensionale delle tracce coincidano con le bisettrici delle proiezioni delle tracce. Questo vale solo in modo approssimato, l'errore commeso cresce all'aumentare dell'angolo θ e all'aumentare dell'apertura della coppia. Il metodo delle proiezioni è illustrato in figura 6.3.
Le due bisettrici delle proiezioni delle tracce si trovano facilmente ponendo:

$$\theta_x = \frac{\theta_{x1} + \theta_{x2}}{2} = \frac{arctan\left(\frac{x_A}{D}\right) + arctan\left(\frac{x_B}{D}\right)}{2} \tag{6.7}$$

$$\theta_y = \frac{\theta_{y1} + \theta_{y2}}{2} = \frac{arctan\left(\frac{y_A}{D}\right) + arctan\left(\frac{y_B}{D}\right)}{2} \tag{6.8}$$

Dove θ_{x1} e θ_{x2} sono le inclinazioni rispetto alla verticale delle due tracce nella vista X e θ_{y1} e θ_{y2} le inclinazioni nella vista Y. Combinando θ_x e θ_y si ottiene una direzione ($\mathbf{h}$) nello spazio tridimensionale, é conveniente scrivere questa direzione come un vettore:

$$\mathbf{h} = -(D\,tan(\theta_x), D\,tan(\theta_y), D) = (-tan(\theta_x), -tan(\theta_y), 1) \tag{6.9}$$

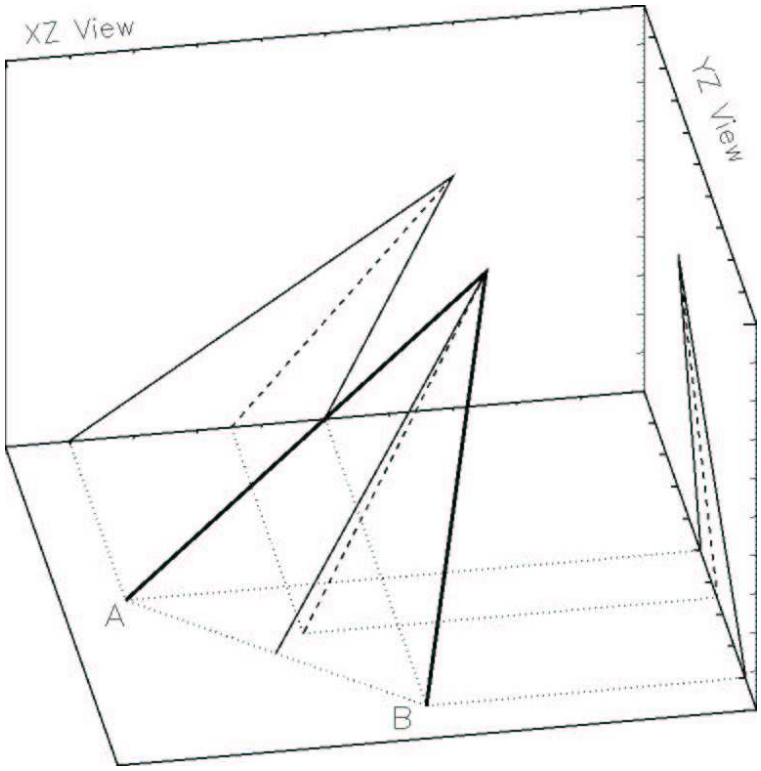

Figura 6.3: Componendo le bisettrici delle proiezione nelle due viste si ottiene una direzione tridimensionale (tratteggiata) diversa dalla vera bisettrice (solida).

Calcolando la separazione tra la direzione di arrivo vera **g** e quella sbagliata **h**, si ottiene l'errore che si commette usando questo metodo:

$$\mathbf{h} \cdot \mathbf{g} = |\mathbf{h}||\mathbf{g}| \cos\, \epsilon \tag{6.10}$$

Quindi:

$$\epsilon = arccos\left(\frac{\mathbf{h} \cdot \mathbf{g}}{|\mathbf{h}||\mathbf{g}|}\right) = arccos\left(\frac{g_x h_x + g_y h_y + g_z h_z}{\sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2}\sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2}}\right) \tag{6.11}$$

L'ampiezza del errore commesso dipende, oltre che dalla direzione di arrivo, dall'apertura della coppia e dalla sua orientazione nello spazio. La formula precedente scritta in termini dei θ_x e θ_y misurati e della direzione di arrivo del fotone (θ, ϕ) diventa:

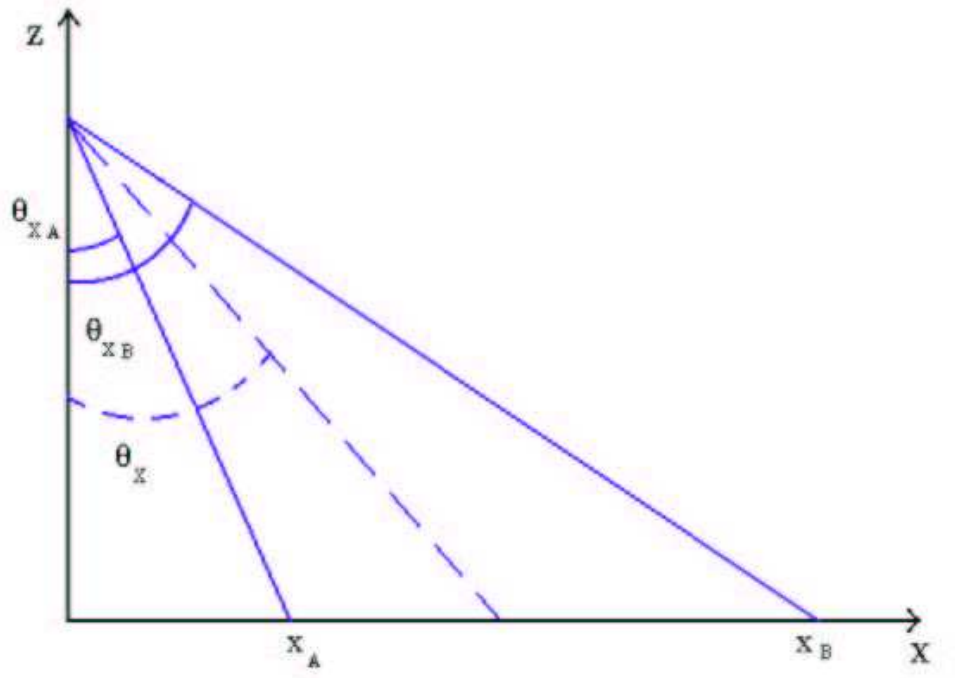

Figura 6.4: Angoli definiti per le proiezioni delle tracce. Per il piano YZ si avrebbe una figura analoga.

$$\epsilon = arccos\left(-\frac{tan\theta_x\, sin\theta\, cos\phi + tan\theta_y\, sin\theta\, sin\phi - cos\theta}{\sqrt{tan^2\theta_x + tan^2\theta_y + 1}}\right) \tag{6.12}$$

Attraverso le equazioni (6.4) e (6.5) e le relazioni (6.7) e (6.8) si può ricavare l'errore ϵ in funzione di θ, ϕ, α e ψ.
Nelle figure che seguono sono mostrati alcuni esempi della dipendenza di ϵ da ψ e da θ.

6.3 Ambiguità nell'associazione di tracce

Il problema dell'associazione delle tracce é illustrato in figura (6.8). Sapendo associare correttamente le coordinate (x_a, y_a) , (x_b, y_b) possibile ottenere la direzione

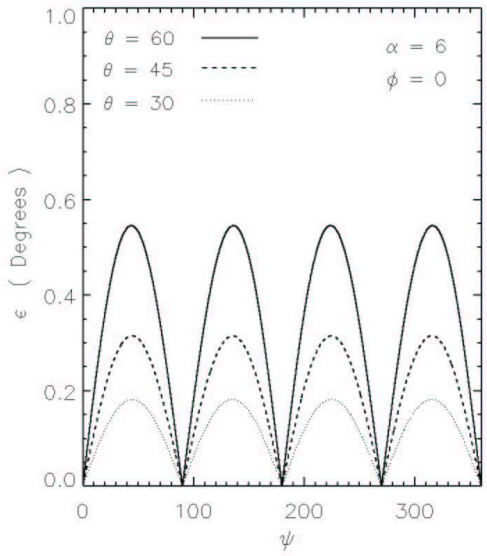

Figura 6.5: Errore angolare nel metodo delle proiezioni in funzione dell'angolo di orientazione della coppia ψ e per un'apertura della coppia di 12 gradi. Le curve si riferiscono a diverse direzioni d'incidenza con $\phi = 0$ gradi.

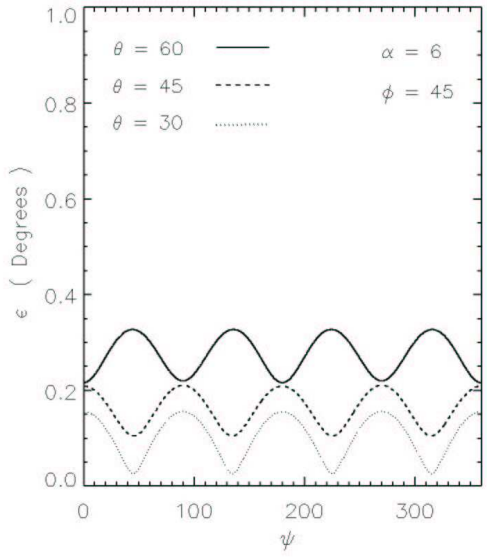

Figura 6.6: Come per la figura precedente ma per $\phi = 45$ gradi.

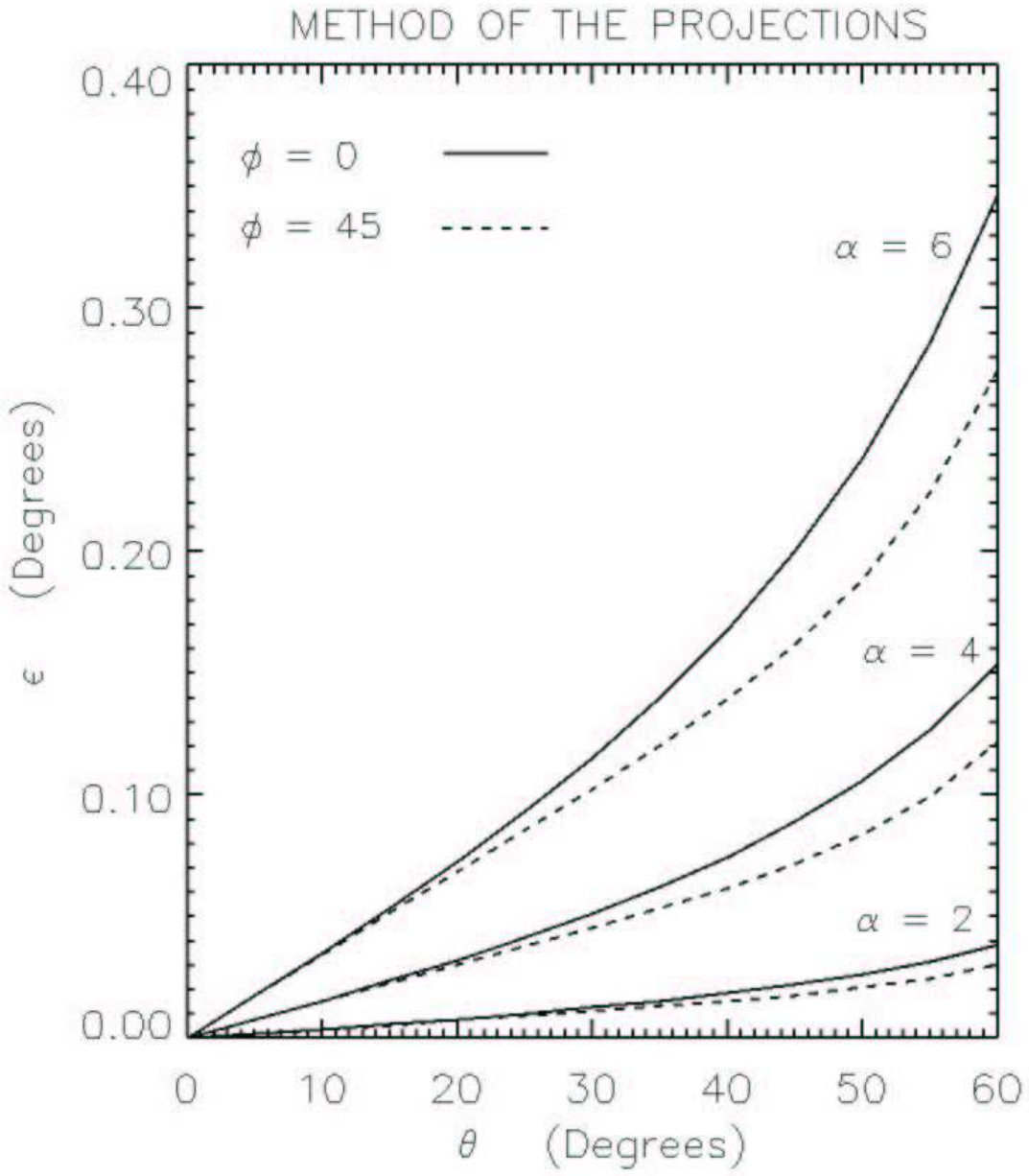

Figura 6.7: Errore medio nel metodo delle proiezioni in funzione dell'angolo θ e per tre valori della semiapertura α. Le curve continue sono per $\phi = 0$ gradi e quella tratteggiate per $\phi = 45$ gradi. Per differenti valori di ϕ le curve sarebbero contenute tra questi due casi.

di arrivo del fotone esattamente. I vettori che descrivono le direzioni della coppia e^+/e^- sono :

$$v_a = (x_a, y_a, -D) \qquad v_b = (x_b, y_b, -D) \tag{6.13}$$

dove D é la distanza tra i piani. Si puó ricavare la bisettrice dei vettori v_a, v_b nor-

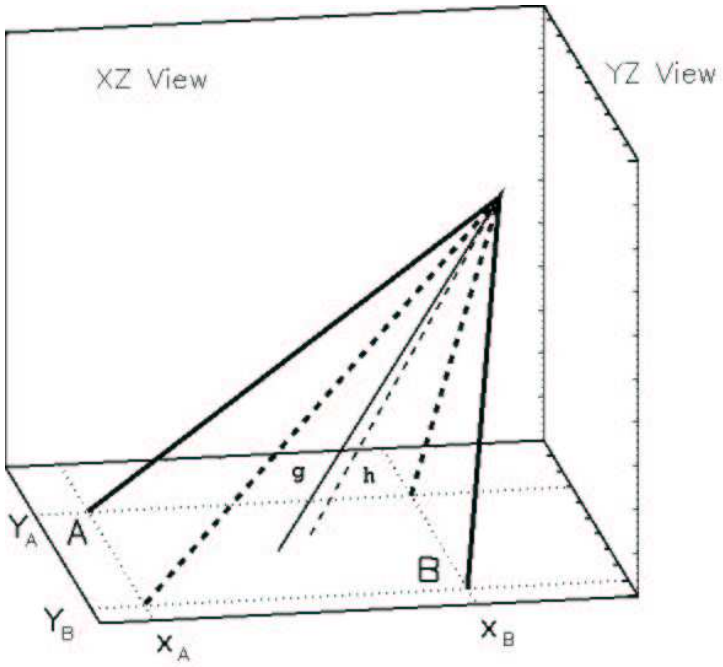

Figura 6.8: Se le coordinate X e Y sono associate in modo sbagliato si ottiene la direzione **h** invece della vera bisettrice **g**.

malizzandoli e poi sommandoli. La direzione di arrivo del fotone che ha generato la coppia e' data dal vettore con verso opposto alla bisettrice:

$$\mathbf{g} = -\left[\frac{1}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2 + D^2}} \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ D \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2 + D^2}} \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ D \end{pmatrix}\right] \tag{6.14}$$

Invece associando le coordinate in modo sbagliato, cio (x_a, y_b) , (x_b, y_a), si otterrebbe :

$$\mathbf{h} = -\left[\frac{1}{\sqrt{x_a^2 + y_b^2 + D^2}}\begin{pmatrix} x_a \\ y_b \\ D \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{x_b^2 + y_a^2 + D^2}}\begin{pmatrix} x_b \\ y_a \\ D \end{pmatrix}\right] \tag{6.15}$$

Si può valutare l'errore che si commette scegliendo la coppia sbagliata di coordinate calcolando la separazione tra la direzione giusta g e quella sbagliata h analogamente a quanto fatto nel paragrafo precedente:

$$\epsilon = arccos\left(\frac{\mathbf{h}\cdot\mathbf{g}}{|\mathbf{h}||\mathbf{g}|}\right) = arccos\left(\frac{g_x h_x + g_y h_y + g_z h_z}{\sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2}\sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2}}\right) \tag{6.16}$$

Si può così ottenere ancora la dipendenza di ϵ da ψ e da θ.

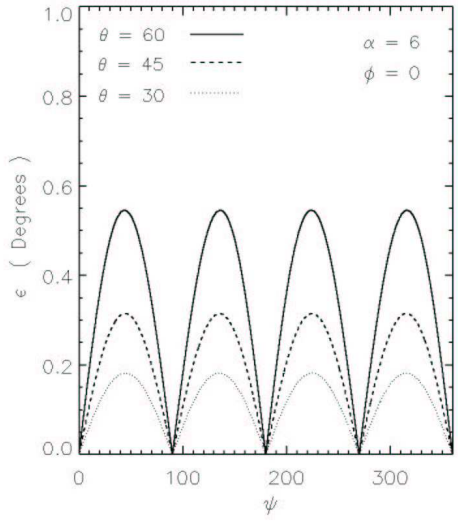

Figura 6.9: Errore angolare causato da una sbagliata associazione tra le coordinate, in funzione dell'angolo di orientazione della coppia ψ e per un'apertura della coppia di 12 gradi. Le curve si riferiscono a diverse direzioni d'incidenza con $\phi = 0$ gradi.

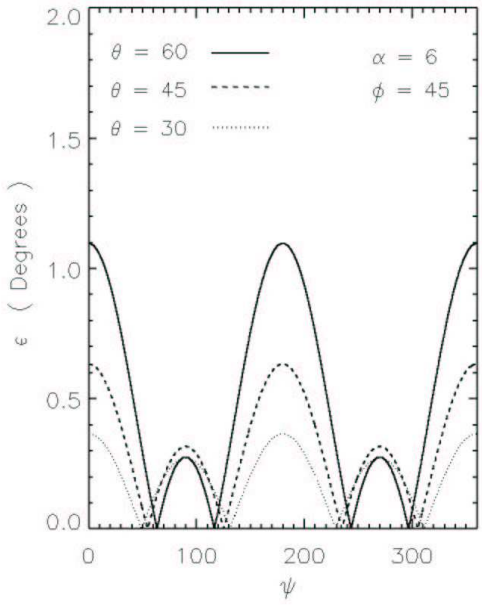

Figura 6.10: Come per la figura precedente ma per $\phi = 45$ gradi.

6.4 Effetto della discretizzazione degli strumenti

Nei paragrafi precedenti si é assunto che le coordinate X e Y dei depositi fossero variabili continue. Nel caso reale gli strumenti sono formati da una serie discreta di elementi (per es. le microstrip per AGILE, i fili della camera a scintille per EGRET), che introducono un incertezza intrinseca associata alle misure. Questa discretizzazione produce un errore nella misura degli angoli di ogni traccia, che è funzione della distanza tra i piani e dell'inclinazione della traccia stessa. La risoluzione angolare intrinseca di uno strumento con passo P e può essere descritta dalla funzione:

$$R = arctan\left(\frac{P}{D}\cos^2\theta\right) \tag{6.17}$$

Per direzioni in asse ($\theta = 0$) la relazione si riduce a R = P / D, mentre per direzioni fuori asse la risoluzione migliora sia perchè aumenta l'effettiva distanza

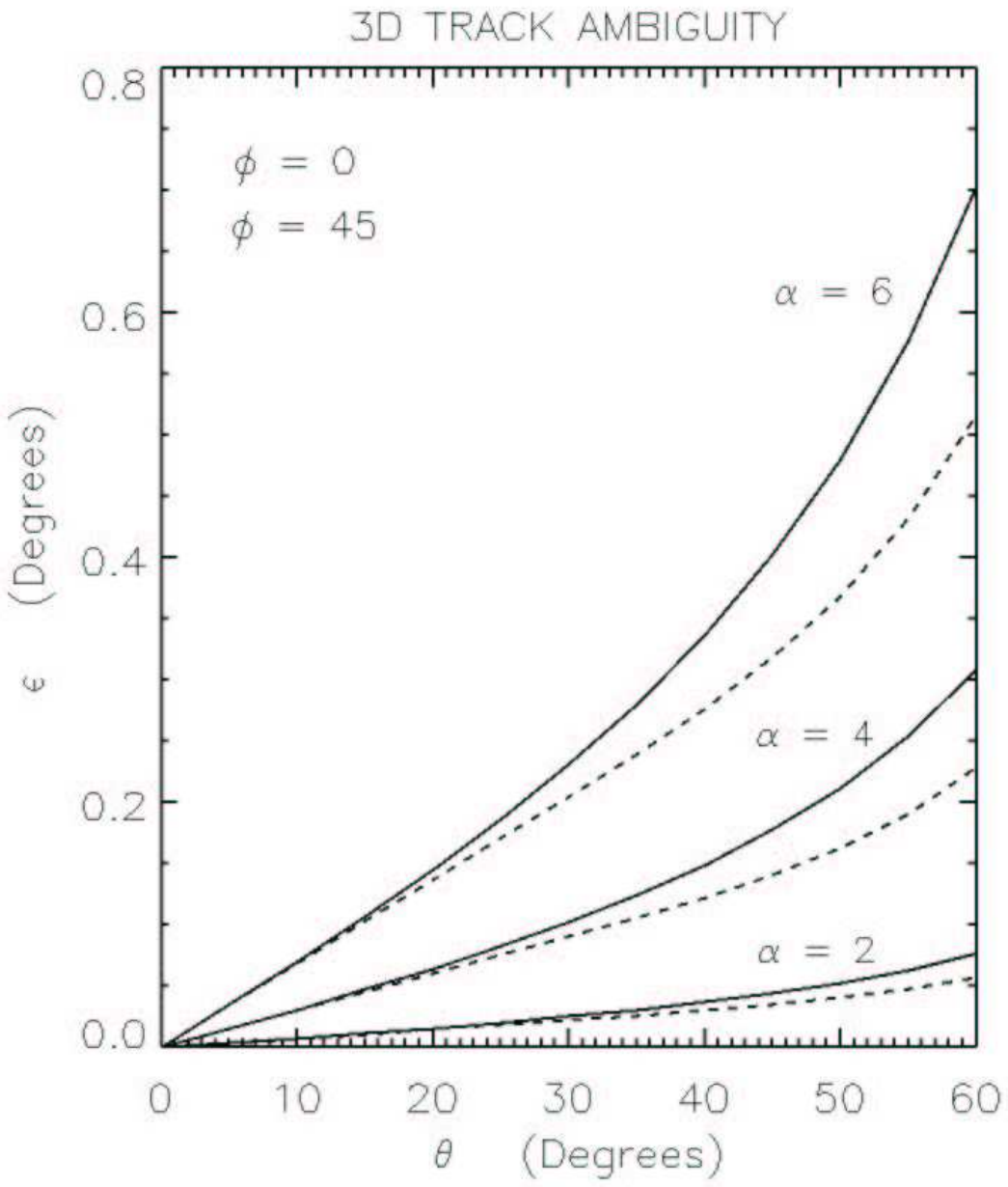

Figura 6.11: Errore medio causato da una sbagliata associazione tre le coordinate, in funzione dell'angolo θ e per tra valori della semiapertura α. Le curve continue sono per $\phi = 0$ gradi e quella tratteggiate per $\phi = 45$ gradi. Per differenti valori di ϕ le curve sarebbero contenute tra questi due casi.

tra gli elementi nei due piani, sia perchè diminuisce la proiezione del passo dello strumento perpendicolarmente alla direzione (vedi figura 6.12).
Alcuni valori della finzione R per AGILE e per EGRET sono riportati in tabella 6.1.

Tabella 6.1:

	P	D	R(0)	R(30)	R(60)
AGILE	0.121 mm	16 mm	0.43 gradi	0.32 gradi	0.11 gradi
EGRET	0.82 mm	17 mm	2.76 gradi	2.07 gradi	0.69 gradi

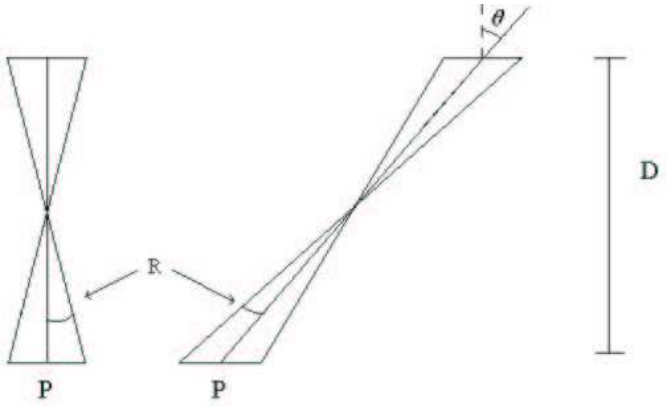

Figura 6.12: Risoluzione intrinseca per direzioni in asse e fuori asse.

6.5 Conclusioni

Il metodo delle proiezioni causa nel range di aperture di coppia considerato un errore medio minore di un grado, anche per direzioni fuori asse più 60 gradi. Come mostrato in figura 6.13, questo errore è trascurabile se paragonato con la risoluzione intrinseca della camera a scintille di EGRET, tunuto conto anche del fatto che il campo di vista di EGRET era limitato a un raggio di circa 30 gradi.

Al contrario il tracciatore di AGILE ha una discretizzazzione molto minore e un campo di vista più ampio. Per questo l'errore associato al metodo delle proiezioni domina per $\theta > 20 - 30$ gradi. Questo effetto sarà ancora più importante nel caso realistico in cui, sfruttando le informazioni della carica rilasciata nelle microstrip e buoni metodi di fit, si otterrà una precisione maggiore del passo delle microstrip. Come esempio nella figura 6.13 sono graficate, le risoluzioni intrinseche di AGILE corrispondenti a un'imprecisione uguale al passo delle microstrip, e ad un'imprecisione minore di un fattore due. Il grafico mostra chiaramente che per AGILE sará necessaria un'analisi tridimensionale.
Il metodo tridimensionale produce un'altra fonte di errori nel caso in cui non sia possibile stabilire l'associazione tra le coordinate X e Y delle due tracce. Questo errore è maggiore di quello dovuto al metodo delle proiezioni di un fattore circa due, ma può essere eliminato se si riesce a risolvere l'ambiguità tra le tracce. Nel caso in cui non fosse possibile eliminare l'ambiguità quest'errore si avrebbe nel 50% dei casi (cioè per un'associazione casuale delle tracce X e Y). Come nel caso precedente l'errore è più importante per fotoni molto fuori asse e per grandi aperture di coppia (vedi figura 6.14).

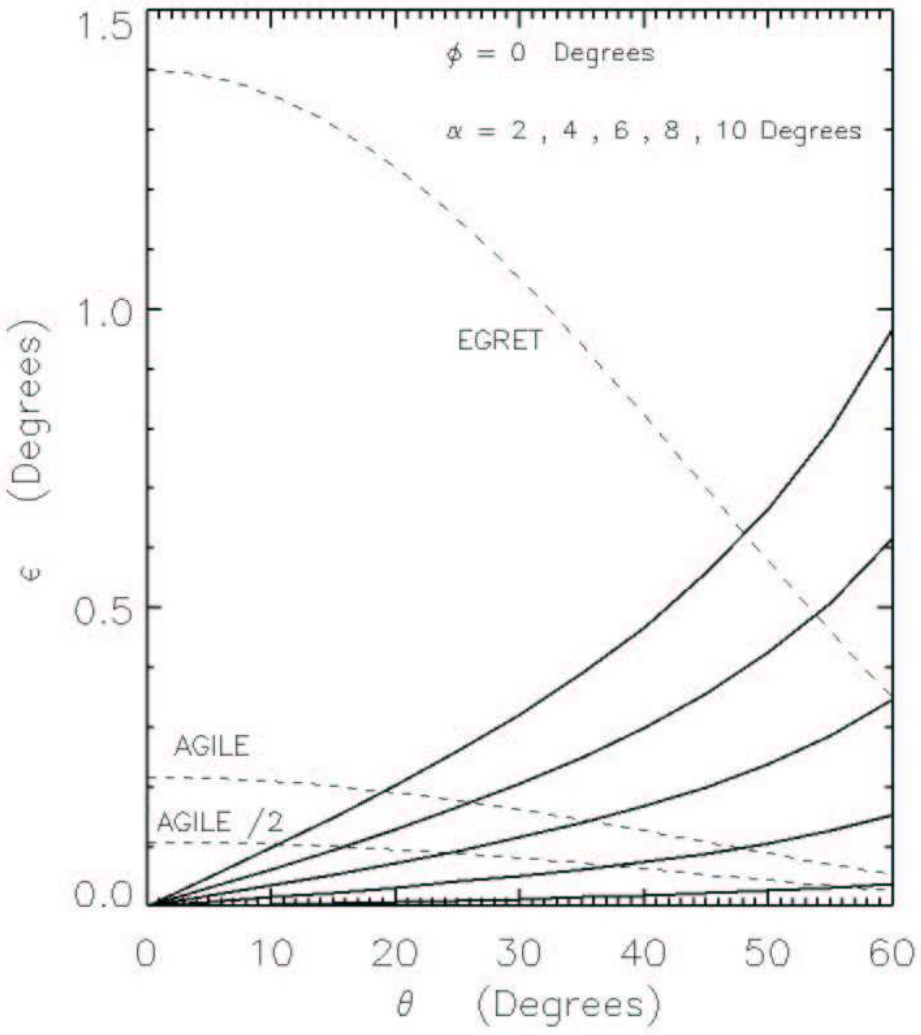

Figura 6.13: Confronto tra l'errore dovuto al metodo delle proiezioni (curve continue) e la risoluzione intrinseca data dall'eq. 6.17) (curve tratteggiate). Le curve si riferiscono ai valori di $\alpha = 2$, 4, 6, 8, 10 gradi e al caso ϕ =0 gradi (che da l'errore maggiore). Le linee tratteggiate corrispondono al valore R/2, che è il caso medio.

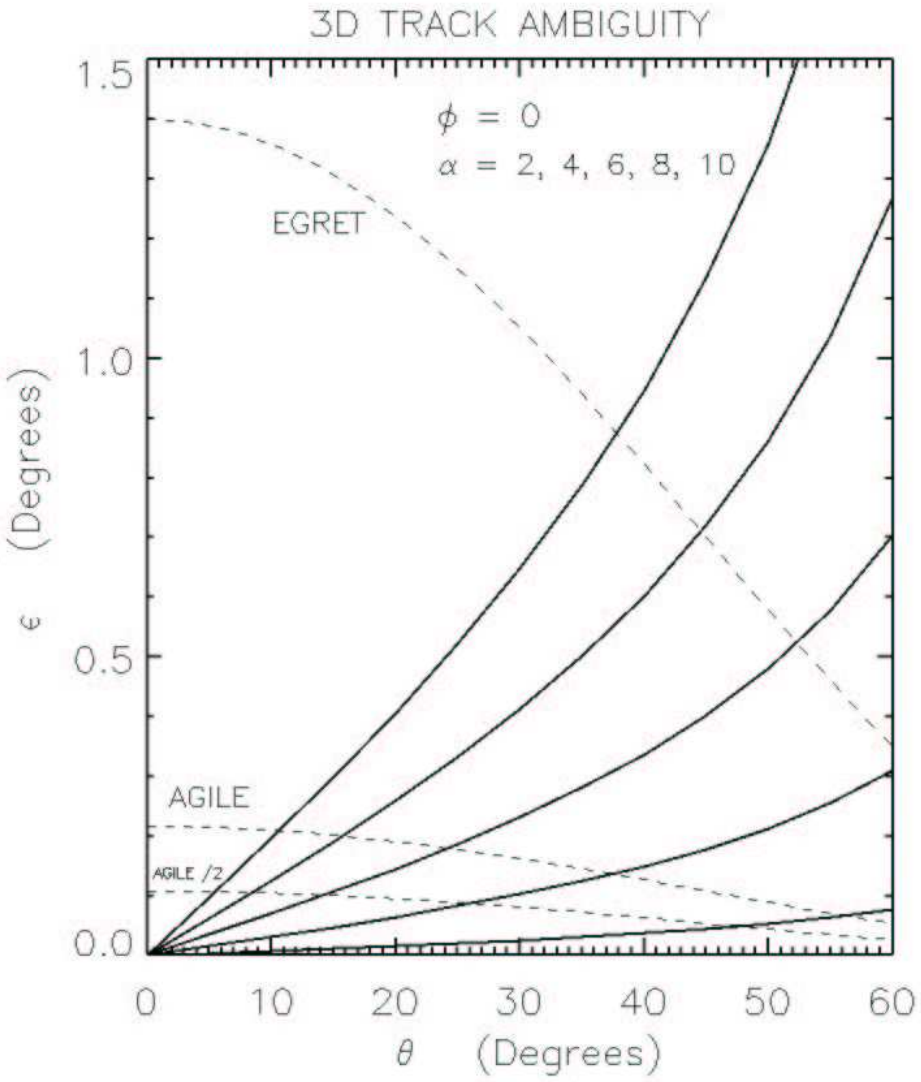

Figura 6.14: Confronto tra l'errore dovuto all'errata associazione di coordinate tra le tracce (curve continue) e la risoluzione intrinseca data dall'eq. 6.17) (curve tratteggiate). Le curve si riferiscono ai valori di $\alpha = 2, 4, 6, 8, 10$ gradi e al caso ϕ =0 gradi (che da l'errore maggiore). Le linee tratteggiate corrispondono al valore R/2, che è il caso medio.

Ringraziamenti

In primo luogo vorrei ringraziare tutte le persone che ho conosciuto nel corso dell'ultimo anno all'Istituto di Fisica Cosmica di Milano per la loro accoglienza e amicizia. L'elenco dei nomi sarebbe troppo lungo, ma tengo a citare le persone con cui ho avuto il piacere di lavorare, cioè Stefano Vercellone, Andrew Chen e Alberto Pellizzoni per la professionalità e la simpatia.
Rimanendo nell'ambito del progetto AGILE vorrei ringraziare Marco Tavani e Carlotta Pittori per le utili discussioni sugli argomenti di questa tesi, nonché il resto del Team AGILE distribuito negli istituti di Roma, Milano, Trieste e Bologna.
Ringrazio le persone che hanno contribuito a questa tesi. In particolare, Sandro Mereghetti, al quale devo molto, per la disponibilità e la bravura con cui mi ha seguito in questo anno di tesi, il Prof. Bignami e la Dott. Caraveo che hanno, per primi, acceso il mio interesse verso l'astronomia delle alte energie e il Dott. Roncadelli.
Su un piano più personale non posso non ringraziare mia sorella Lisa e mia madre che, nonostante non abbia mai disprezzato l'idea di vedermi come un "ragioniere in banca" mi ha sempre sostenuto e incoraggiato nelle mie scelte.
Infine un ringraziamento, molto particolare, per Gabriella per essermi sempre stata vicina negli ultimi cinque anni, nei momenti belli come in quelli più difficili.

Bibliografia

[Atwood, 1994] Atwood, W. (1994). Gamma large area silicon telescope (GLAST) applying silicon detector tecnology to the detection of gamma-rays in space. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 342, 302–307.

[Barbiellini et al., 2000] Barbiellini, G., Tavani, M., Budini, G., Caraveo, P., Costa, E., Cocco, V., di Cocco, S., Labanti, C., Longo, F., Mereghetti, S., Morselli, A., Pellizzoni, A., Perotti, F., Picozza, P., Pittori, C., Prest, M., Soffitta, P., Trifoglio, M., Vallazza, E., and Vercellone, S. (2000). Agile: a gamma-ray mission. *Proceeding of the 5th Compton Symposium, AIP*, 510, 750–753.

[Bignami et al., 1975] Bignami, G., Boella, G., Burger, J., Keirle, P., Mayer-Hasselwander, H., Paul, J., Pfeffermann, E., Scarsi, L., B.N. Swanenburg, B. T., and W. Voges, R. W. (1975). The COS-B experiment for gamma-ray astronomy. *Space Science Instrumentation*, pages 245–268.

[Billoir, 1984] Billoir, P. (1984). Track fitting with multiple scattering: a new method. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 225, 352–366.

[Castellani & Giannone, 1981] Castellani, V. and Giannone, P. (1981). *Evoluzione Stellare*. Ed. Sistema Roma.

[Cocco et al., 1999] Cocco, V., Longo, F., and Pellizzoni, A. (1999). Simulazioni per SuperAGILE. *AGILE Tecnical Note*, AGILE-SIM-RE-001.

[Cocco et al., 2000] Cocco, V., Longo, F., and Tavani, M. (2000). Simulations of background rejection and performance of the GRID instrument. *AGILE Tecnical Note*, AGILE-SIM-TN-001.

[Fedel, 2000] Fedel, G. (2000). *Il tracciatore al Silicio-Tungsteno di AGILE: uno strumento innovativo per l'astronomia gamma.* Tesi di Laurea, Univerità degli studi di Trieste.

[Fichtel et al., 1975] Fichtel, C. E., Hartman, R. C., Kniffen, D. A., Thompson, D. J., Ogelman, H., Ozel, M. E., Tumer, T., and Bignami, G. F. (1975). High-energy gamma-ray results from the second small astronomy satellite. *The Astrophysical Journal*, 198, 163–182.

[Fichtel & Trombka, 1981] Fichtel, C. E. and Trombka, J. I. (1981). *Gamma Ray Astrophysics: New Insight into the Universe.* NASA SP-453.

[Frühwirth, 1987] Frühwirth, R. (1987). Application of kalman filtering to track and vertex fitting. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, A262, 444–450.

[Frühwirth et al., 1993] Frühwirth, R., Lichtenwagner, P., Regler, M., and Stampfer, D. (1993). The DELPHI forward track fit. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 334, 528–536.

[Gravrilenko, 1996] Gravrilenko, I. (1996). XKALMAN algorithm description. *ATLAS Internal Note.*

[Grupen, 1996] Grupen, C. (1996). *Particle detectors.* Cambrige University Press.

[Hernando, 1998] Hernando, J. (1998). The kalman filter technique applied to track fitting in GLAST. *GLAST Report*, SCIPP 98/18.

[IAS-CNR, 1999] IAS-CNR (1999). *Super AGILE home page.* `http://hertag1.ias.rm.cnr.it/SuperAGILE/`.

[Jones, 1998] Jones, B. B. (1998). *A Search for Gamma-Ray Burst and Pulsars, and the Application of Kalman Filters to Gamma-Ray Reconstruction.* Ph.D. Thesis, Stanford University.

[Kalman, 1960] Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, pages 35–45.

[Kanbach et al., 1988] Kanbach, G., Bertsch, D. L., Fichtel, C. E., Hartman, R. C., Hunter, S. D., Kniffen, D. A., Hughlock, B. W., Favale, A., Hofstadter, R., and Hughes, E. B. (1988). The project egret (energetic gamma-ray experiment telescope) on nasa's gamma-ray observatory (gro). *Space Science Reviews*, 49, 69–84.

[Leo, 1987] Leo, W. R. (1987). *Techniqhe for Nuclear and Particle Physics Experiment.* Springer - Verlag.

[Macomb & Gehrels, 1999] Macomb, D. and Gehrels, N. (1999). A general gamma-ray source catalog. *The Astrophysical Journal*, 120, 335–398.

[Maybeck, 1979] Maybeck, P. S. (1979). *Stochastic Models, Estimation, and Control.* Academic Press, Inc.

[Paciesas et al., 1999] Paciesas, W. S., Meegan, C. A., Pendleton, G. N., Briggs, M. S., Kouveliotou, C., Koshut, T. M., Lestrade, J. P., McCollough, M. L., Brainerd, J. J., Hakkila, J., Henze, W., Preece, R. D., Connaughton, V., Kippen, R. M., Mallozzi, R. S., Fishman, G. J., Richardson, G. A., and Sahi, M. (1999). The fourth batse gamma-ray burst catalog (revised). *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 122, 465–495.

[Rossi, 1952] Rossi, B. (1952). *High-Energy Particles.* Prentice-Hall Incorporated.

[Tavani et al., 2000] Tavani, M., Barbiellini, G., Budini, G., Caraveo, P., Costa, E., Cocco, V., di Cocco, S., Labanti, C., Longo, F., Mereghetti, S., Morselli, A., Pellizzoni, A., Perotti, F., Picozza, P., Pittori, C., Prest, M., Soffitta, P.,

Trifoglio, M., Vallazza, E., and Vercellone, S. (2000). Agile: a gamma-ray mission. *Proceeding of the 5th Compton Symposium, AIP*, 510, 746–749.

[Tavani et al., 1999] Tavani, M., Barbiellini, G., Caraveo, P., di Pippo, S., Longo, F., Mereghetti, S., Morselli, A., Pellizzoni, A., Perrino, A., Picozza, P., Schiavon, P., Severoni, S., Tavecchio, F., Vacchi, A., and Vercellone, S. (1999). Agile: a gamma-ray mission for a light imaging detector. *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, 70, 201–204.

[TESRE-CNR, 2000] TESRE-CNR (2000). *AGILE Mini Calorimeter*. `http://tonno.tesre.bo.cnr.it/ milena/AGILE/`.

[Tompkins, 1999] Tompkins, W. (1999). *Application of likelihood analisis in Gamma-Ray Astrophysics*. Ph.D. Thesis, Stanford University.